

Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA  
Divisão de Ciência da Computação - IEC  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica e Computação  
Área de Informática - PG/EEC-I

CT 200 - Fundamentos de Automata e Linguagens Formais  
Prof. Dr. Carlos Henrique Costa Ribeiro

# SOMADOR GENÉRICO PARA NÚMEROS INTEIROS

Antônio Magno Lima Espeschit  
Etienne Lamas  
Francisco Supino Marcondes  
Gabriel de Souza P. Moreira

24 de junho de 2008  
São José dos Campos, SP - Brasil

## **Resumo**

Este artigo descreve uma Máquina de Turing capaz de somar números inteiros em representação unária com uma quantidade arbitrária de parcelas.

O funcionamento da Máquina de Turing é exemplificado com a ferramenta JFLAP disponível em [www.jflap.org](http://www.jflap.org).

# Sumário

|          |                                                                                         |           |
|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>                                                                       | <b>1</b>  |
| <b>2</b> | <b>Objetivo</b>                                                                         | <b>1</b>  |
| <b>3</b> | <b>Especificação do Problema</b>                                                        | <b>1</b>  |
| 3.1      | Máquina de Turing . . . . .                                                             | 2         |
| 3.2      | Configuração Instantânea . . . . .                                                      | 2         |
| 3.3      | Máquina de Turing no JFLAP . . . . .                                                    | 3         |
| 3.3.1    | Sub-rotinas na Máquina de Turing no JFLAP . . . . .                                     | 4         |
| 3.3.2    | Sub-rotinas Como Estados da Máquina de Turing no JFLAP . . . . .                        | 4         |
| 3.3.3    | Configurações Instantâneas da Máquina de Turing no JFLAP . . . . .                      | 5         |
| <b>4</b> | <b>Descrição Formal da Máquina de Turing Projetada</b>                                  | <b>9</b>  |
| 4.1      | Descrição Formal da Máquina de Turing Somadora Genérica para Números Inteiros . . . . . | 9         |
| 4.2      | Sub-rotina <b>VerExp</b> . . . . .                                                      | 9         |
| 4.2.1    | Descrição Formal da Sub-rotina <b>VerExp</b> . . . . .                                  | 10        |
| 4.2.2    | Visão Geral da Sub-rotina <b>VerExp</b> . . . . .                                       | 10        |
| 4.2.3    | Verificação dos Caracteres da Cadeia de Entrada . . . . .                               | 11        |
| 4.2.4    | Comparação de $n$ Com o Número de Parcelas na Cadeia de Entrada . . . . .               | 12        |
| 4.2.5    | Sub-rotina <b>ERRO</b> . . . . .                                                        | 13        |
| 4.3      | Sub-rotina <b>CalExp</b> . . . . .                                                      | 14        |
| 4.3.1    | Definição Formal da Sub-rotina <b>CalExp</b> . . . . .                                  | 14        |
| 4.3.2    | Visão Geral da Sub-rotina <b>CalExp</b> . . . . .                                       | 15        |
| 4.3.3    | Resultado Positivo . . . . .                                                            | 16        |
| 4.3.4    | Resultado Negativo . . . . .                                                            | 16        |
| 4.3.5    | Fim da Cadeia . . . . .                                                                 | 17        |
| 4.3.6    | Sub-rotina <b>SOMA</b> . . . . .                                                        | 17        |
| 4.3.7    | Sub-rotina <b>SUBTR</b> . . . . .                                                       | 19        |
| 4.3.8    | Sub-rotina <b>LIMPO</b> . . . . .                                                       | 21        |
| 4.3.9    | Sub-rotina <b>ZERO</b> . . . . .                                                        | 22        |
| <b>5</b> | <b>Descrição dos Passos do Projeto</b>                                                  | <b>23</b> |
| 5.1      | Sub-rotina <b>VerExp</b> . . . . .                                                      | 23        |
| 5.2      | Sub-rotina <b>Erro</b> . . . . .                                                        | 25        |

|          |                                                                     |           |
|----------|---------------------------------------------------------------------|-----------|
| 5.3      | Sub-rotina CalExp . . . . .                                         | 25        |
| 5.4      | Sub-rotina SOMA . . . . .                                           | 26        |
| 5.5      | Sub-rotina SUBTR . . . . .                                          | 26        |
| 5.6      | Sub-rotina LIMPO . . . . .                                          | 26        |
| 5.7      | Sub-rotina ZERO . . . . .                                           | 28        |
| <b>6</b> | <b>Execução de Três Exemplos Bem Sucedidos</b>                      | <b>31</b> |
| 6.1      | Primeiro Exemplo: 1-2+3 . . . . .                                   | 31        |
| 6.1.1    | Processamento na Sub-rotina ValExp . . . . .                        | 31        |
| 6.1.2    | Processamento na Sub-rotina CalExp . . . . .                        | 36        |
| 6.2      | Segundo Exemplo: -1+1 . . . . .                                     | 41        |
| 6.2.1    | Processamento na Sub-rotina ValExp . . . . .                        | 41        |
| 6.2.2    | Processamento na Sub-rotina CalExp . . . . .                        | 42        |
| 6.3      | Terceiro Exemplo: -0+0 . . . . .                                    | 45        |
| 6.3.1    | Processamento na Sub-rotina ValExp . . . . .                        | 45        |
| 6.3.2    | Processamento na Sub-rotina CalExp . . . . .                        | 47        |
| <b>7</b> | <b>Exemplo Mal Sucedido</b>                                         | <b>47</b> |
| <b>8</b> | <b>Análise Crítica da Máquina de Turing Projetada</b>               | <b>49</b> |
| 8.1      | Limitações Técnicas da Máquina de Turing Projetada . . . . .        | 50        |
| 8.2      | Sugestões de Melhorias para a Máquina de Turing Projetada . . . . . | 51        |
| <b>9</b> | <b>Conclusão</b>                                                    | <b>51</b> |
|          | <b>Referências Bibliográficas</b>                                   | <b>53</b> |
|          | <b>Apêndice A - Listagem do Arquivo MT_SOMA_GENERICA.JFF</b>        | <b>53</b> |

# Lista de Figuras

|    |                                                                                               |    |
|----|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1  | Máquina de Turing com 3 estados ( $q_0, q_1$ e $q_2$ ) no JFLAP. . . . .                      | 3  |
| 2  | Máquina de Turing com a sub-rotina <b>SubRot</b> no JFLAP. . . . .                            | 4  |
| 3  | Máquina de Turing no JFLAP com sub-rotinas tratadas como estados. . . .                       | 4  |
| 4  | Máquina de Turing que aceita cadeias na forma $0^i$ para $i \geq 0$ . . . . .                 | 5  |
| 5  | Configurações instantâneas para a cadeia 00 na MT da Figura 4. . . . .                        | 6  |
| 6  | Passo 1 do processamento da cadeia 01 na MT da Figura 4. . . . .                              | 6  |
| 7  | Passo 2 do processamento da cadeia 01 na MT da Figura 4. . . . .                              | 7  |
| 8  | Passo 3 do processamento da cadeia 01 na MT da Figura 4. . . . .                              | 7  |
| 9  | Passo 4 do processamento da cadeia 01 na MT da Figura 4. Observe a cor vermelha. . . . .      | 8  |
| 10 | Último passo do processamento da cadeia 00 na MT da Figura 4. Observe a cor verde. . . . .    | 8  |
| 11 | Máquina de Turing Somadora Genérica de Números Inteiros implementada no JFLAP. . . . .        | 9  |
| 12 | Sub-rotina <b>VerExp</b> . . . . .                                                            | 10 |
| 13 | Sub-rotina <b>ERR0</b> . . . . .                                                              | 13 |
| 14 | Sub-rotina <b>CalExp</b> . . . . .                                                            | 14 |
| 15 | Sub-rotina <b>SOMA</b> . . . . .                                                              | 17 |
| 16 | Sub-rotina <b>SUBTR</b> . . . . .                                                             | 19 |
| 17 | Sub-rotina <b>LIMPO</b> . . . . .                                                             | 21 |
| 18 | Sub-rotina <b>ZERO</b> . . . . .                                                              | 22 |
| 19 | Mensagem de erro do JFLAP. . . . .                                                            | 48 |
| 20 | Versão inicial da Máquina de Turing projetada. . . . .                                        | 49 |
| 21 | Desempenho comparado entre as versões Inicial e Final da Máquina de Turing Projetada. . . . . | 50 |

## Lista de Tabelas

|    |                                                                                            |    |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1  | Modo como a MT Executa a Adição de Acordo com os Sinais do Resultado e da Parcela. . . . . | 16 |
| 2  | Descrição dos Estados do Programa Principal. . . . .                                       | 23 |
| 3  | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>VerExp</b> (Parte 1 de 2). . . . .                  | 24 |
| 4  | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>VerExp</b> (Parte 2 de 2) . . . . .                 | 25 |
| 5  | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>ERRO</b> . . . . .                                  | 26 |
| 6  | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>CalExp</b> . . . . .                                | 27 |
| 7  | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>SOMA</b> . . . . .                                  | 28 |
| 8  | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>SUBTR</b> . . . . .                                 | 29 |
| 9  | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>LIMPO</b> . . . . .                                 | 30 |
| 10 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>ZERO</b> . . . . .                                  | 30 |
| 11 | Exemplo de Descrição de um Estado Instantâneo. . . . .                                     | 31 |
| 12 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>ValExp</b> no Exemplo 1 (Parte 1 de 4) . .          | 32 |
| 13 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>ValExp</b> no Exemplo 1 (Parte 2 de 4). .           | 33 |
| 14 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>ValExp</b> no Exemplo 1 (Parte 3 de 4). .           | 34 |
| 15 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>ValExp</b> no Exemplo 1 (Parte 4 de 4). .           | 35 |
| 16 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>CalExp</b> no Exemplo 1 (Parte 1 de 4) . .          | 37 |
| 17 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>CalExp</b> no Exemplo 1 (Parte 2 de 4) . .          | 38 |
| 18 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>CalExp</b> no Exemplo 1 (Parte 3 de 4) . .          | 39 |
| 19 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>CalExp</b> no Exemplo 1 (Parte 4 de 4) . .          | 40 |
| 20 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>ValExp</b> no Exemplo 2 (Parte 1 de 2) . .          | 41 |
| 21 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>ValExp</b> no Exemplo 2 (Parte 2 de 2) . .          | 42 |
| 22 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>CalExp</b> no Exemplo 2 (Parte 1 de 2) . .          | 43 |
| 23 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>CalExp</b> no Exemplo 2 (Parte 2 de 2) . .          | 44 |
| 24 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>ValExp</b> no Exemplo 3 . . . . .                   | 46 |
| 25 | Descrição dos Estados da Sub-rotina <b>CalExp</b> no Exemplo 3 . . . . .                   | 47 |
| 26 | Comparação Entre as Versões Inicial e Final da Máquina de Turing Projetada.                | 49 |

# 1 Introdução

A *Máquina de Turing* (MT) é um modelo teórico criado pelo matemático inglês **Alan Mathison Turing** [4] [5] que permite simular a forma como computadores efetuam operações matemáticas.

De acordo com RIBEIRO [2, Aula 8], a Máquina de Turing pode ser entendida como um dispositivo formado por:

- 1) Um conjunto de células adjacentes que formam uma *fita* finita à esquerda e infinita à direita.
- 2) Uma *cabeça* capaz de ler e escrever na fita além de assumir um determinado *estado* e mover-se na fita para a direita e para a esquerda, uma célula de cada vez.
- 3) Um conjunto de *regras* que define, para cada caracter lido pela cabeça e cada estado atual: qual caracter deve ser escrito na fita, o sentido de movimento da cabeça e o próximo estado.

Apesar de sua aparente simplicidade, a Máquina de Turing consegue emular o funcionamento do mais modernos e poderosos computadores [1, pág. 146].

A representação *unária*<sup>1</sup> de inteiros na Máquina de Turing é feita com um sinal (representado pelos caracteres + e – atribuídos a números positivos e negativos, respectivamente) seguido de  $n$  caracteres 0, onde  $n$  é o módulo do número representado. O número zero é representado pela ausência de caracteres 0 após o sinal.

## 2 Objetivo

Definir uma Máquina de Turing capaz de somar números inteiros em representação unária com uma quantidade arbitrária de parcelas e demonstrar o funcionamento desta máquina na ferramenta JFLAP 6.3 disponível em [www.jflap.org](http://www.jflap.org).

## 3 Especificação do Problema

Projetar um *Somador Genérico para Números Inteiros* na forma de uma Máquina de Turing com as seguintes características:

- 1) A entrada é formada por um conjunto de  $n + 1$  números na forma  $n, x_1, x_2, \dots, x_n$  onde:
  - i)  $n$  é o número de parcelas a serem somadas.
  - ii)  $x_1$  a  $x_n$  são números inteiros, cada um representando uma das parcelas.

---

<sup>1</sup>Adaptado de SUDKAMP[3, Pág. 299].

- 2) A saída é formada por um número inteiro  $m = \sum_{i=1}^n x_i$ .

A Máquina de Turing projetada deve ser implementada na ferramenta JFLAP disponível em [www.jflap.org](http://www.jflap.org).

### 3.1 Máquina de Turing

De acordo com HOPCROFT & HULLMAN [1, pág. 148], uma Máquina de Turing  $M$  é definida pela héptupla:

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

onde:

- 1)  $Q$  é o conjunto finito de possíveis *estados* de  $M$ .
- 2)  $\Gamma$  é o alfabeto finito de *símbolos* da *fita*.
- 3)  $\mathbf{B} \in \Gamma$  é o símbolo “em branco” que representa uma célula na fita na qual não há símbolo escrito.
- 4)  $\Sigma$  é o conjunto de *símbolos de entrada* tal que  $\{\mathbf{B}\} \not\subseteq \Sigma$  e  $\Sigma \subseteq \Gamma$ .
- 5)  $\delta$  é a *função de transição* de  $Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R\}$  onde  $L$  e  $R$  definem o movimento da cabeça para a esquerda e para a direita, respectivamente. A função  $\delta$  pode não estar definida para alguns argumentos. Neste caso, se a Máquina de Turing chega em uma situação para a qual  $\delta$  não está definida, diz-se que a Máquina de Turing “trava”, isto é, a computação termina sem que se tenha chegado a um resultado.
- 6)  $q_0 \in Q$  é o *estado inicial*.
- 7)  $F \subseteq Q$  é o conjunto dos *estados finais*.

### 3.2 Configuração Instantânea

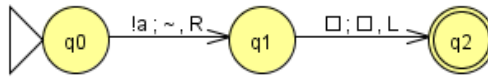
Uma configuração instantânea de uma Máquina de Turing (MT) é um tripla  $\alpha_1 q_i \alpha_2$  na qual:

- 1)  $q_i$  é o *estado atual* da MT.
- 2)  $\alpha_1$  é a cadeia formada pelos caracteres à esquerda da posição atual da cabeça da MT. Geralmente, os caracteres em branco do início da fita, até o primeiro caracter de  $\alpha_1$  não são representados.
- 3)  $\alpha_2$  é a cadeia formada pelo caractere atualmente sendo lido pela cabeça, mais todos os caracteres à direita da cabeça da MT, até o último caracter não nulo.



### 3.3 Máquina de Turing no JFLAP

No JFLAP a Máquina de Turing é representada graficamente tal como exemplificado na Figura 1:



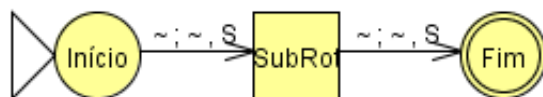
**Figura 1:** Máquina de Turing com 3 estados ( $q_0$ ,  $q_1$  e  $q_2$ ) no JFLAP.

- 1) Cada estado é representado por um círculo que envolve o nome do estado.
- 2) O estado inicial ( $q_0$  em nosso exemplo) é realçado por um triângulo à sua esquerda.
- 3) O estado de aceitação ( $q_2$  em nosso exemplo) é realçado por uma borda dupla.
- 4) As transições de um estado para outro são representadas por setas às quais se associa uma tripla ' $\beta_1; \beta_2, \beta_3$ ' onde:
  - a)  $\beta_1$  é o caracter lido na fita.
  - b)  $\beta_2$  é o caracter escrito na fita.
  - c)  $\beta_3$  é o movimento da cabeça após a leitura e a escrita.
- 5) Para os valores de  $\beta_1$  e  $\beta_2$  podemos usar caracteres especiais:
  - a) ! significa negação. Portanto, escrever !a significa “qualquer caracter diferente de a”.
  - b) ~ é o caracter curinga. Portanto, escrever ~ significa “qualquer caracter”.
  - c)  $\square$  é o caracter “em branco”.
- 6)  $\beta_3$  pode assumir um dentre estes valores, com a respectiva indicação do movimento da cabeça:
  - a) L: esquerda.
  - b) R: direita.
  - c) S: no mesmo lugar.
- 7) A fita é infinita em ambas as direções.
- 8) Na simulação do funcionamento da Máquina de Turing, considera-se que a cadeia de entrada está escrita na fita a partir de uma determinada célula, preenchendo-se as demais células à direita.
- 9) Embora a fita seja infinita em ambas as direções, por conveniência iremos nos referir à célula mais à esquerda da cadeia de entrada como sendo “a primeira célula”.
- 10) Considera-se que a MT aceitou a cadeia de entrada quando a máquina termina a computação num estado de aceitação, sem que ocorra travamento.

### 3.3.1 Sub-rotinas na Máquina de Turing no JFLAP

No JFLAP, uma sub-rotina é representada por um retângulo, conforme exemplificado na Figura 2.

As transições que chegam a este retângulo são direcionadas para o estado inicial da sub-rotina. As transições que saem deste retângulo têm sua origem nos estados finais da sub-rotina.



**Figura 2:** Máquina de Turing com a sub-rotina SubRot no JFLAP.

A sub-rotina deve conter pelo menos um estado inicial e pelo menos um estado de aceitação. Opcionalmente, a sub-rotina também pode ter estados finais que não sejam de aceitação.

No exemplo da Figura 2, a Máquina de Turing lê um caractere qualquer ( $\sim$ ), escreve no mesmo local o caractere lido ( $\sim$ ), permanece na mesma posição (S) e transita para o estado inicial da sub-rotina **SubRot**.

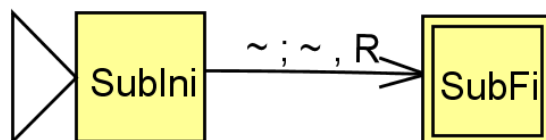
O processamento continua em **SubRot** até que um travamento ocorra (causando a rejeição da cadeia de entrada) ou até que um estado final seja encontrado.

Quando termina o processamento da sub-rotina, a execução da MT retorna para o programa principal. No exemplo da Figura 2, a MT faz uma transição para o estado **Fim**. Durante esta transição, a MT lê um caractere qualquer ( $\sim$ ), escreve no mesmo local o caractere lido ( $\sim$ ) e a cabeça permanece na mesma posição (S).

O JFLAP permite que se veja e modifique os detalhes de cada sub-rotina clicando-se no retângulo com o botão direito do mouse e escolhendo a opção **Edit Block**.

### 3.3.2 Sub-rotinas Como Estados da Máquina de Turing no JFLAP

No programa principal, a sub-rotina é vista como um estado.



**Figura 3:** Máquina de Turing no JFLAP com sub-rotinas tratadas como estados.

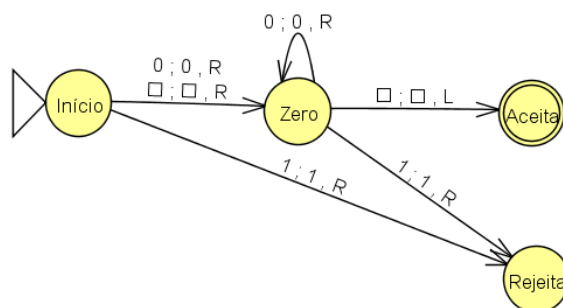
Na Figura 3, por exemplo, as sub-rotinas **SubIni** e **SubFi** são estados inicial e final, respectivamente, de uma Máquina de Turing no JFLAP.

Portanto, na Máquina de Turing da Figura 3:

- 1) O estado inicial da máquina é o estado inicial da sub-rotina **SubIni**.
- 2) Os estados finais da máquina são os estados finais da sub-rotina **SubFi**.
- 3) A transição de uma sub-rotina para outra é feita tal como descrito na Figura 3: a MT lê um caracter qualquer, escreve este mesmo caracter e move a cabeça para a direita.
- 4) Os detalhes do processamento de cada sub-rotina ficam ocultos.

### 3.3.3 Configurações Instantâneas da Máquina de Turing no JFLAP

A Figura 4 mostra uma Máquina de Turing no JFLAP que aceita cadeias na forma  $0^i$  para  $i \geq 0$ .



**Figura 4:** Máquina de Turing que aceita cadeias na forma  $0^i$  para  $i \geq 0$ .

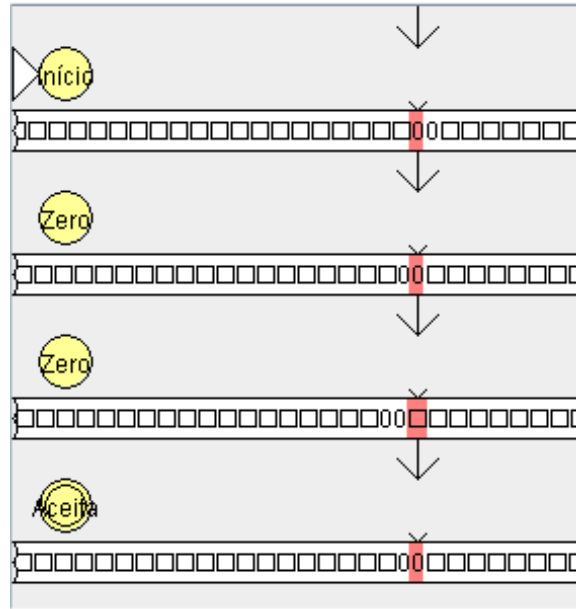
No JFLAP as configurações instantâneas são representadas graficamente.

Na Figura 5 são exibidas as configurações instantâneas para a cadeia de entrada 00 quando processadas na Máquina de Turing da Figura 4.

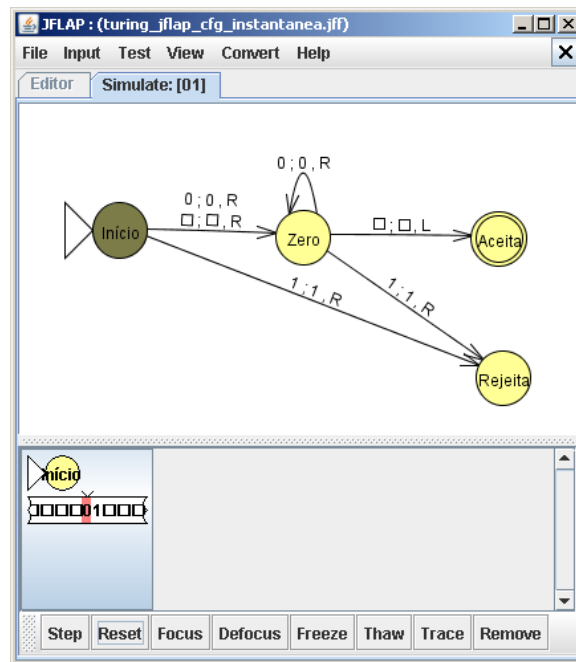
O JFLAP também permite executar a Máquina de Turing passo-a-passo o que é exemplificado pelas Figuras 6 a 9 nas quais são exibidas as configurações instantâneas para a cadeia de entrada 01.

Note-se que, no último passo do processamento da cadeia 01 (Figura 9), o JFLAP usa a cor vermelha para realçar que a cadeia foi rejeitada.

Na Figura 10, exibe-se o último passo do processamento da cadeia 00. Note-se a cor verde, indicando que a cadeia foi aceita.



**Figura 5:** Configurações instantâneas para a cadeia 00 na MT da Figura 4.



**Figura 6:** Passo 1 do processamento da cadeia 01 na MT da Figura 4.

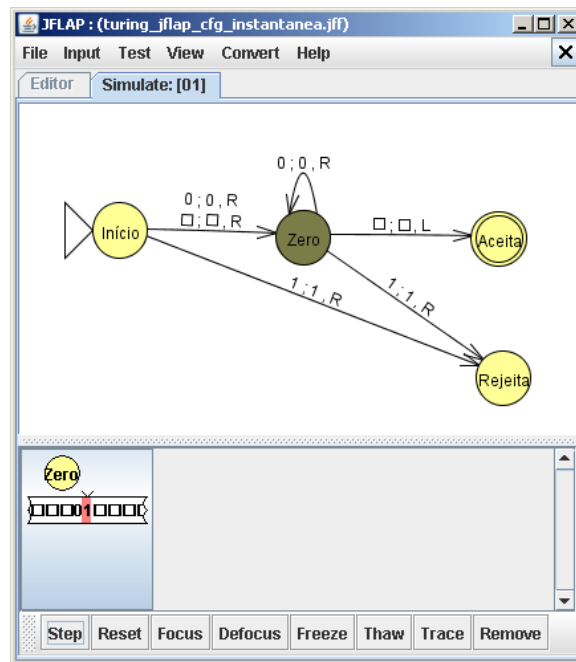


Figura 7: Passo 2 do processamento da cadeia 01 na MT da Figura 4.

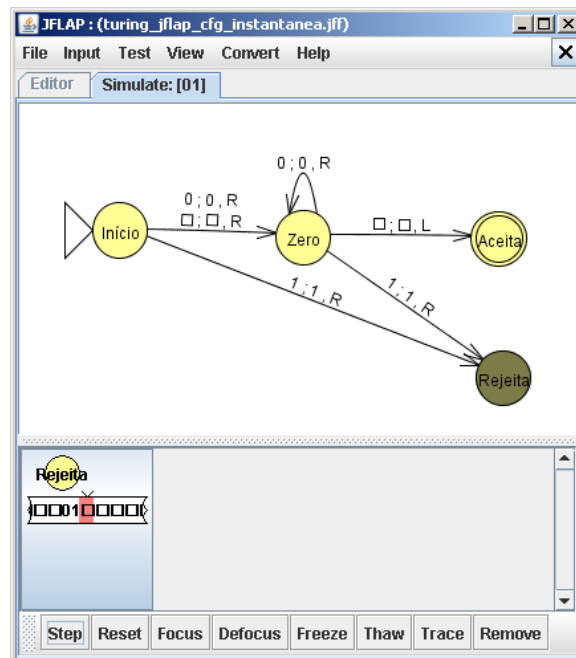
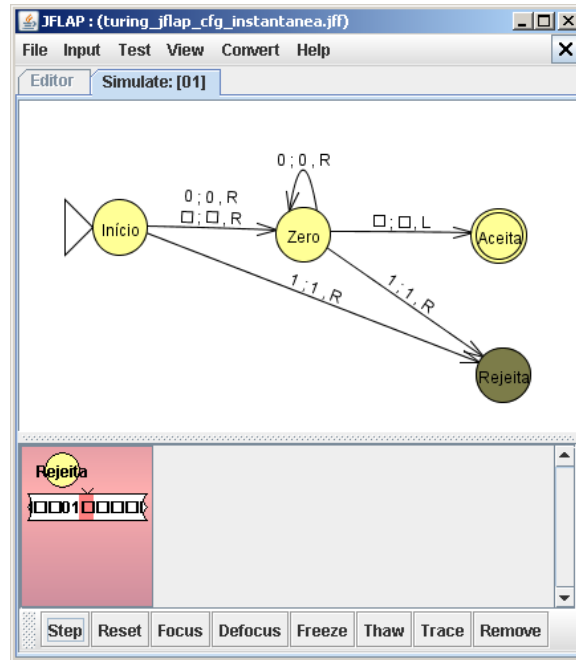
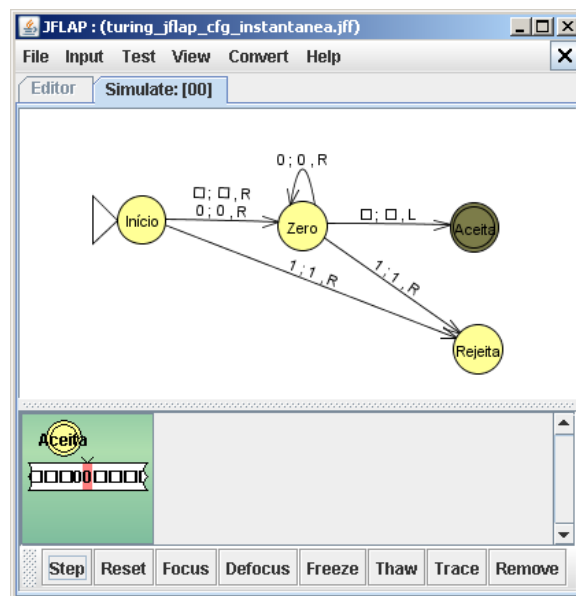


Figura 8: Passo 3 do processamento da cadeia 01 na MT da Figura 4.



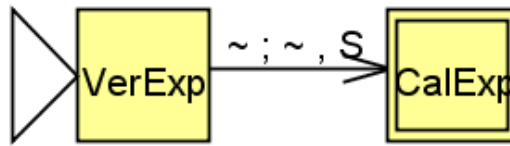
**Figura 9:** Passo 4 do processamento da cadeia 01 na MT da Figura 4. Observe a cor vermelha.



**Figura 10:** Último passo do processamento da cadeia 00 na MT da Figura 4. Observe a cor verde.

## 4 Descrição Formal da Máquina de Turing Projetada

A Figura 11 mostra a Máquina de Turing Somadora Genérica de Números Inteiros implementada no JFLAP.



**Figura 11:** Máquina de Turing Somadora Genérica de Números Inteiros implementada no JFLAP.

A máquina é formada por duas sub-rotinas:

- 1) **VerExp**: é a rotina *Verifica Expressão*, que verifica se a cadeia de entrada está de acordo com a sintaxe esperada.
- 2) **CalcExp**: é a rotina *Calcula Expressão*, que obtém a soma das parcelas definidas na cadeia de entrada.

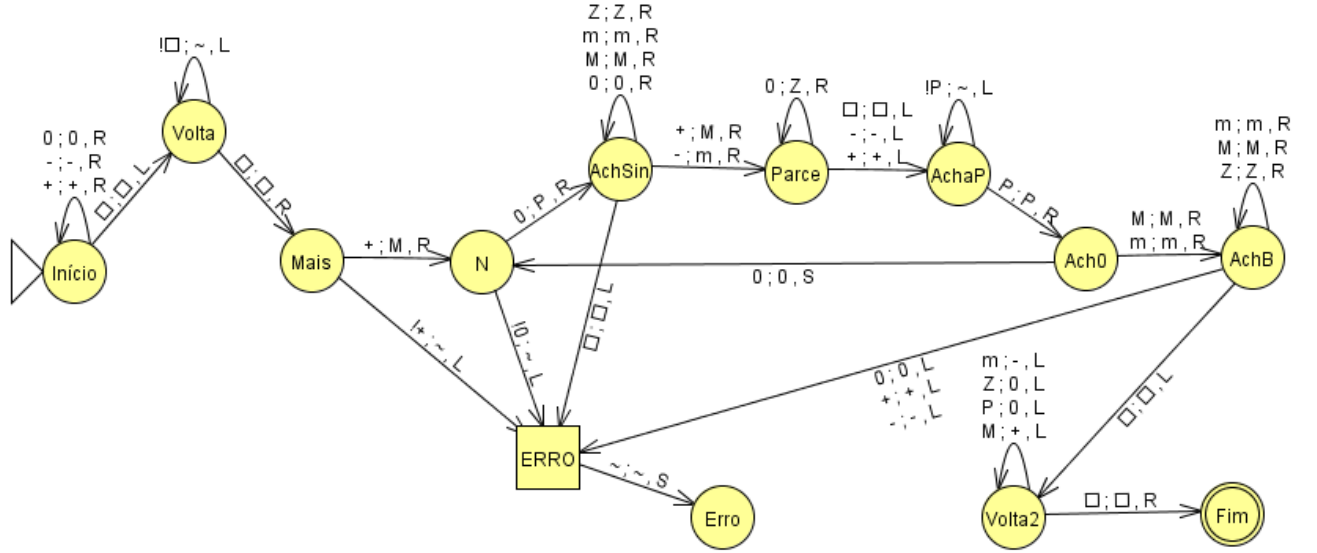
### 4.1 Descrição Formal da Máquina de Turing Somadora Genérica para Números Inteiros

Formalmente, a MT da Figura 11 pode ser definida pela héptupla  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$  onde:

- 1)  $Q = \{\text{VerExp}, \text{CalcExp}\}$ .
- 2)  $\Sigma = \{-, +, 0\}$ .
- 3)  $\Gamma = \Sigma \cup \{m, M, Z, B, P, \square\}$  onde  $\square$  é o símbolo “em branco”.
- 4)  $\delta$  é definida de acordo com a Tabela 2 na Pág. 23.
- 5)  $q_0 = \{\text{VerExp}\}$
- 6)  $F = \{\text{CalcExp}\}$ .

### 4.2 Sub-rotina VerExp

A Figura 12 mostra a sub-rotina **VerExp** (*Verifica Expressão*) que verifica se a cadeia de entrada está de acordo com a sintaxe esperada.



**Figura 12:** Sub-rotina VerExp.

#### 4.2.1 Descrição Formal da Sub-rotina VerExp

Formalmente, a MT da Figura 12 pode ser definida pela héptupla

$$\text{VerExp} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

onde:

- 1)  $Q = \{\text{Início}, \text{Volta}, \text{Mais}, \text{N}, \text{AchSin}, \text{Parce}, \text{AchaP}, \text{Ach0}, \text{AchB}, \text{ERRO}, \text{Erro}, \text{Volta2}, \text{Fim}\}$ .
- 2)  $\Sigma = \{-, +, 0\}$ .
- 3)  $\Gamma = \Sigma \cup \{m, M, Z, B, P, \square\}$  onde  $\square$  é o símbolo “em branco”.
- 4)  $\delta$  é definida de acordo com as Tabelas 3 e 4 nas páginas 24 e 25.
- 5)  $q_0 = \{\text{Início}\}$
- 6)  $F = \{\text{Fim}\}$ .

#### 4.2.2 Visão Geral da Sub-rotina VerExp

A sub-rotina VerExp verifica:

- 1) Se todos os caracteres da cadeia de entrada pertencem ao alfabeto  $\Sigma = \{-, +, 0\}$ .
- 2) Se a cadeia de entrada é formada por um conjunto de  $n+1$  números na forma  $n, x_1, x_2, \dots, x_n$  onde:
  - i)  $n > 0$  é o número de parcelas a serem somadas.



- ii)  $x_1$  a  $x_n$  são números inteiros, cada um representando uma das parcelas.
- iii)  $n, x_1, \dots, x_n$  são representados na forma  $\sigma_y 0^{|y|}$  onde  $\sigma_y \in \{+, -\}$  é o sinal de  $y$  e  $|y| \geq 0$ .

Mais formalmente, a sub-rotina **VerExp** verifica se a cadeia de entrada é representada como:

$$\sigma_n 0^{|n|} \sigma_{x_1} 0^{|x_1|} \sigma_{x_2} 0^{|x_2|} \dots \sigma_{x_n} 0^{|x_n|}$$

onde  $\sigma_y \in \{+, -\}$  é o sinal de  $y$  e  $|y| \geq 0$ .

Durante sua operação a sub-rotina **VerExp** verifica se o número de parcelas é igual a  $n$  de acordo com o algoritmo:

- i) Substitui-se um 0 em  $n$  com o símbolo  $P$ .
- ii) Para cada  $P$  deve haver uma parcela na forma  $\sigma_{x_i} 0^{|x_i|}$ , com  $1 \leq i \leq n$ . Sempre que esta parcela é encontrada, substitui-se o sinal  $+$  ou  $-$ , respectivamente por  $M$  ou  $m$  e os 0's por  $Z$ . Esta substituição indica que aquela parcela foi visitada pelo algoritmo.
- iii) Caso não seja encontrada uma parcela não visitada correspondente a um  $P$ , registra-se um erro, recusando a cadeia de entrada. É o que acontece quando há menos parcelas do que o definido pelo número  $n$ .
- iv) Quando não houver mais 0's em  $n$ , verifica-se se ainda há parcelas não visitadas na cadeia de entrada. Se houver, registra-se um erro, recusando a cadeia de entrada. É o que acontece quando há mais parcelas do que o definido por  $n$ .
- v) Ao término do processo, reconstitui-se a cadeia original, substituindo-se  $m$  por  $-$ ,  $M$  por  $+$ ,  $Z$  por 0 e  $P$  por 0.

### 4.2.3 Verificação dos Caracteres da Cadeia de Entrada

A sub-rotina **VerExp** se inicia no estado **Início** com a cabeça da MT sobre o primeiro caracter da cadeia de entrada. No estado **Início**, a MT vai avançando a cabeça para a direita à medida em que for encontrando caracteres  $+$ ,  $-$  e 0. Qualquer caracter diferente destes causa o travamento da MT e a rejeição da cadeia de entrada. A MT sai do estado **Início** quando encontra um  $\square$  indicando o término da cadeia de entrada. Neste caso, ela transita para o estado **Volta**.

Se a MT atingiu o estado **Volta** é porque todos os caracteres da cadeia de entrada pertencem ao alfabeto  $\Sigma = \{+, -, 0\}$ . Neste caso, a MT permanece no estado **Volta** enquanto move a cabeça da MT para a esquerda até encontrar um  $\square$  indicando o início da cadeia de entrada. Neste momento, a MT transita para o estado **Mais**.

No estado **Mais** a MT verifica o primeiro caracter da cadeia de entrada. Este caracter tem que obrigatoriamente ser  $+$ , pois este é o sinal de  $n$  que sabemos ser maior que 0. Qualquer outro caracter leva a MT para a sub-rotina **ERRO** que imprime uma mensagem de erro e termina num estado de não aceitação. Encontrado o sinal  $+$ , a MT o troca pelo caracter  $M$  e transita para o estado **N**.

#### 4.2.4 Comparação de $n$ Com o Número de Parcelas na Cadeia de Entrada

Se a cadeia de entrada estiver de acordo com a sintaxe esperada, haverá um caracter 0 em  $n$  para cada parcela do somatório.

No estado **N** a MT espera encontrar pelo menos um 0 pois  $n > 0$ . Caso um 0 não seja encontrado, a MT transita para **Erro**. Se um 0 for encontrado, a MT irá trocá-lo por  $P$ , indicando que aquele 0 já foi visitado, transitando em seguida para o estado **AchSin**.

No estado **AchSin** a MT procura por um sinal, isto é, por um caracter  $+$  ou  $-$ . O sinal é o indicativo do início de uma parcela. Nesta procura, a MT passa pelos caracteres:

- i) 0: são os demais 0's de  $n$ .
- ii)  $m$ : são os sinais  $-$  das parcelas anteriormente marcadas.
- iii)  $M$ : são os sinais  $+$  das parcelas anteriormente marcadas.
- iv)  $Z$ : são os caracteres 0 das parcelas anteriormente marcadas.

Se, no estado **AchSin**, a MT encontra um  $\square$ , isto significa que a cadeia terminou antes que fosse encontrada uma parcela. Portanto, há menos parcelas que o definido em  $n$  e a MT transita para **ERRO**.

Se, no estado **AchSin**, a MT encontra um sinal  $+$  ou  $-$ , ela troca este sinal por  $M$  ou  $m$ , respectivamente, e transita para o estado **Parce**. Neste momento, a MT está marcando a parcela correspondente ao  $P$  escrito na fita quando a MT estava no estado **N**.

No estado **Parce**, a MT marca os eventuais zeros da parcela, substituindo-os por  $Z$ . A MT sai deste estado quando encontra um caracter  $+$  ou  $-$ , que é o sinal da próxima parcela ou um  $\square$  que indica o término da cadeia. Em ambos os casos a MT transita para o estado **AchaP**.

No estado **AchaP** a MT move a cabeça para a esquerda, procurando pelo caracter  $P$  o qual indica o último caracter 0 visitado em  $n$ . Sabemos que este caracter existe, pois foi construído na transição de saída do estado **N**. Portanto, a MT move-se para a esquerda enquanto for encontrando caracteres diferentes de  $P$ . Quando a MT encontra o caracter  $P$ , ela transita para o estado **Ach0**.

No estado **Ach0** a MT está com a cabeça posicionada logo após o caracter  $P$  que define o último caracter 0 já visitado em  $n$ . Portanto, nesta posição, a MT pode ler:

- i) 0: significa que este 0 faz parte do número  $n$ . Logo, há mais parcelas a processar. Neste caso, a MT troca este 0 por  $P$  e transita para o estado **N** repetindo o ciclo de marcação de parcelas já descrito acima.
- ii)  $m$  ou  $M$ : são os sinais  $+$  ou  $-$  da primeira parcela a ser somada. Neste caso, o número  $n$  foi inteiramente processado e não se espera que haja mais parcelas na cadeia de entrada. Neste caso, a MT transita para **AchB** para procurar o fim da cadeia.

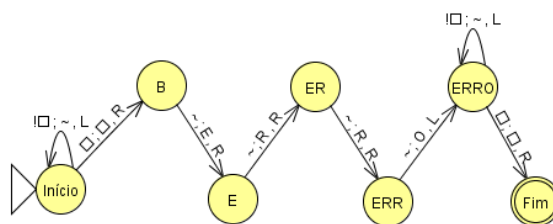
No estado **AchB**, a MT move a cabeça para a direita esperando encontrar apenas os caracteres  $M, m$  e  $Z$  indicativos respectivamente dos caracteres  $+$ ,  $-$  e  $0$  das parcelas já analisadas. Caso sejam encontrados os sinais  $+$ ,  $-$  ou  $0$ , isto significa que há mais parcelas do que as definidas por  $n$ . Neste caso, a MT transita para **ERRO**. Porém, se for encontrado um  $\square$ , isto significa que o número de parcelas, conforme esperado, é igual ao preconizado por  $n$ . Neste caso, a MT transita para **Volta2**.

No estado **Volta2** a MT retorna a cabeça para a esquerda, em direção ao início da fita, reconstruindo a cadeia de entrada. Ou seja, enquanto se move, a MT troca:  $m$  por  $-$ ,  $M$  por  $+$ ,  $Z$  por  $0$  e  $P$  por  $0$ . A MT transita do estado **Volta2** para o estado **Fim** apenas quando encontra o  $\square$  do início da cadeia de entrada.

No estado **Fim** encerra-se a sub-rotina **VerExp**.

#### 4.2.5 Sub-rotina ERRO

A Figura 13 mostra a sub-rotina **ERRO**, que imprime **ERRO** no início da cadeia de entrada.



**Figura 13:** Sub-rotina **ERRO**.

#### Definição Formal da Sub-rotina ERRO

Formalmente, a MT da Figura 13 pode ser definida pela héptupla:

$$\text{ERRO} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

onde:

- 1)  $Q = \{\text{Início}, B, E, ER, ERR, ERRO, \text{Fim}\}$ .
- 2)  $\Sigma = \{-, +, 0\}$ .
- 3)  $\Gamma = \Sigma \cup \{m, M, Z, B, P, \square\}$  onde  $\square$  é o símbolo “em branco”.
- 4)  $\delta$  é definida de acordo com a Tabela 5 na página 26.
- 5)  $q_0 = \{\text{Início}\}$
- 6)  $F = \{\text{Fim}\}$ .

#### Visão Geral da Sub-rotina ERRO

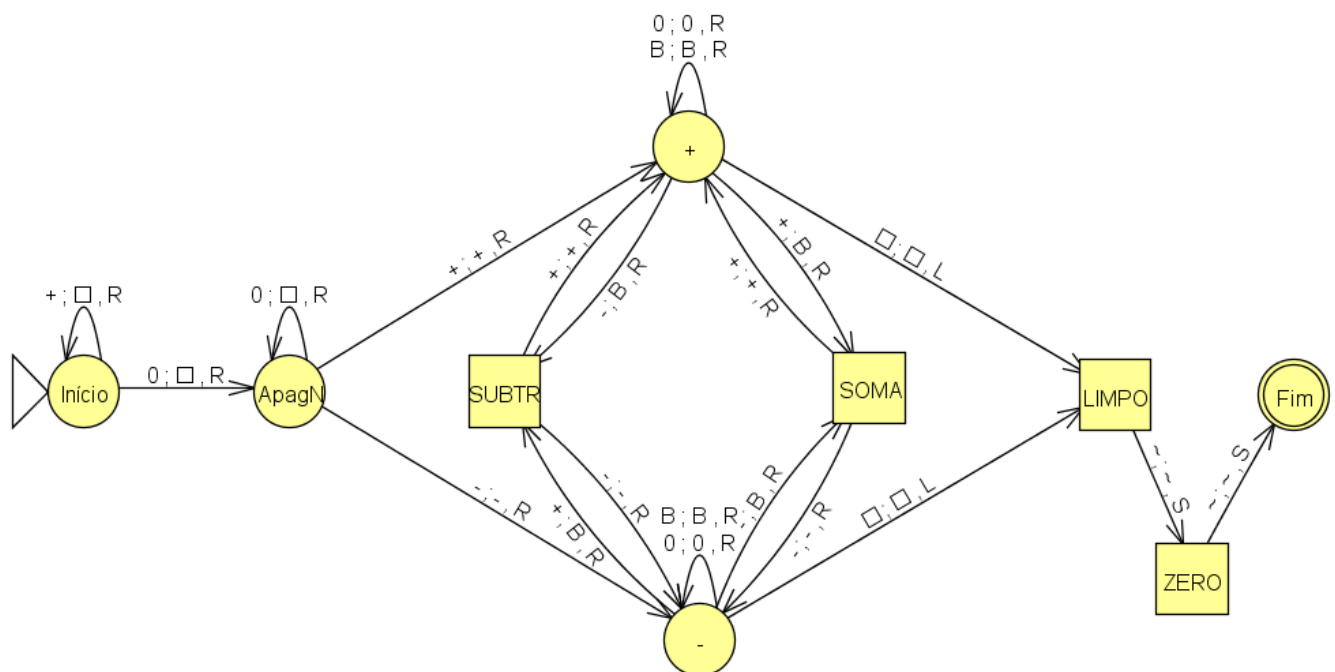
No estado **Início**, a MT retorna a cabeça para a esquerda até que encontre um  $\square$ , que indica que o início da fita foi encontrado. Neste momento, a MT anda para a direita e transita para **B**.

A partir de **B** a MT transita para os estados **E**, **ER**, **ERR**, **ERRO** escrevendo os caracteres da palavra **ERRO**.

No estado **ERRO** a MT move a cabeça para a esquerda até encontrar um  $\square$ , que define o início da fita. Neste momento, a MT anda para a direita e transita para o estado **Fim**, encerrando a sub-rotina **Erro**.

### 4.3 Sub-rotina CalExp

A Figura 14 mostra a sub-rotina **CalExp** (*Calcula Expressão*) que obtém a soma das parcelas definidas na cadeia de entrada.



**Figura 14:** Sub-rotina CalExp.

#### 4.3.1 Definição Formal da Sub-rotina CalExp

Formalmente, a MT da Figura 14 pode ser definida pela héptupla:

$$\text{CalExp} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

onde:

- 1)  $Q = \{\text{Início}, \text{ApagaN}, +, -, \text{SUBTR}, \text{SOMA}, \text{LIMPO}, \text{ZERO}, \text{Fim}\}.$

- 2)  $\Sigma = \{-, +, 0\}$ .
- 3)  $\Gamma = \Sigma \cup \{m, M, Z, B, P, \square\}$  onde  $\square$  é o símbolo “em branco”.
- 4)  $\delta$  é definida de acordo com a Tabela 6 na página 27.
- 5)  $q_0 = \{\text{Início}\}$
- 6)  $F = \{\text{Fim}\}$ .

#### 4.3.2 Visão Geral da Sub-rotina CalExp

A MT inicia a sub-rotina **CalExp** no estado **Início** com a cabeça sobre o primeiro caracter da cadeia de entrada. Sabe-se que este caracter é  $+$  pois trata-se do sinal de  $n > 0$  e isto já foi verificado pela sub-rotina **VerExp**. A MT troca o caracter  $+$  por  $\square$  e transita para o estado **ApagaN**.

O estado **ApagaN** substitui 0 por  $\square$  em todos os caracteres de  $n$ . Sabe-se que existe pelo menos um 0 pois  $n > 0$ .

O número  $n$  e seu respectivo sinal podem ser apagados pois não são necessários para concluir a soma.

A MT sai do estado **ApagaN** quando encontra o sinal da primeira parcela. Se este sinal for  $+$ , a MT transita para o estado  $+$ . Se o sinal for  $-$ , a MT transita para o estado  $-$ .

Os estados  $+$  e  $-$  indicam qual o sinal do *resultado* da soma até aquele momento. Portanto, inicialmente, este sinal é igual ao sinal da primeira parcela.

No estado  $+$  (ou  $-$ ) a MT continua indo para a direita avançando sobre os zeros do resultado até encontrar o sinal da próxima parcela a ser somada ou até encontrar o fim da cadeia de entrada.

Quando a MT encontra o sinal de uma nova parcela:

- 1) A MT conhece o sinal do resultado e o sinal da parcela.
- 2) A cabeça da MT está no primeiro caracter existente logo após o sinal da parcela.
- 3) À direita do resultado há zero ou mais caracteres  $B$  após os quais encontram-se as parcelas que ainda não foram somadas.

O procedimento de soma é definido em função dos sinais do resultado e da parcela conforme resumido na Tabela 1 na Pág. 16.

Este procedimento pode ser resumido por:

- 1) Se o resultado e a parcela têm o mesmo sinal, deve-se somar os módulos e manter o sinal. Esta soma é feita pela rotina **SOMA**.
- 2) Se o resultado e a parcela têm sinal diferentes, deve-se subtrair o maior módulo do menor módulo, mantendo-se o sinal do maior módulo. Esta subtração é feita pela rotina **SUBTR**.

**Tabela 1:** Modo como a MT Executa a Adição de Acordo com os Sinais do Resultado e da Parcela.

| Sinal do Resultado | Sinal da Parcela | Exemplo   | Rotina |
|--------------------|------------------|-----------|--------|
| +                  | +                | $+1+2=+3$ | SOMA   |
| -                  | -                | $-1-2=-3$ | SOMA   |
| +                  | -                | $+1-2=-1$ | SUBTR  |
| -                  | +                | $-1+2=+1$ | SUBTR  |

### 4.3.3 Resultado Positivo

Vamos considerar, inicialmente, que o sinal do resultado é +.

Neste caso, a MT está no estado +.

Se a parcela tiver sinal +, então a parcela tem o mesmo sinal do resultado. Neste caso, a MT transita do estado + para o estado **SOMA** que adiciona os 0's da parcela ao resultado mantendo o sinal.

Porém, se a parcela tiver sinal -, então a parcela tem sinal oposto ao sinal do resultado. Neste caso, a MT transita do estado + para o estado **SUBTR** (*subtração*) que será explicado mais adiante. O processo de subtração remove um 0 do resultado para cada 0 da parcela. Porém, se houver mais 0's na parcela do que no resultado, há um momento em que o sinal do resultado é trocado e a rotina passa a adicionar 0's ao resultado.

Ao término do processamento das sub-rotinas **SOMA** ou **SUBTR**, a cabeça da MT está sobre o sinal do resultado. Neste momento, a MT transita para o estado + se o resultado tiver sinal + ou para o estado - se o resultado tiver sinal -.

### 4.3.4 Resultado Negativo

O procedimento é análogo ao já descrito para o resultado positivo.

Se o sinal do resultado é - então a MT está no estado -.

Se a parcela tiver sinal -, então a parcela tem o mesmo sinal do resultado. Neste caso, a MT transita do estado - para o estado **SOMA** que adiciona os 0's da parcela ao resultado mantendo o sinal.

Porém, se a parcela tiver sinal +, então a parcela tem sinal oposto ao sinal do resultado. Neste caso, a MT transita do estado - para o estado **SUBTR** (*subtração*) que será explicado mais adiante. O processo de subtração remove um 0 do resultado para cada 0 da parcela. Porém, se houver mais 0's na parcela do que no resultado, há um momento em que o sinal do resultado é trocado e a rotina passa a adicionar 0's ao resultado.

Ao término do processamento das sub-rotinas **SOMA** ou **SUBTR**, a cabeça da MT está sobre o sinal do resultado. Neste momento, a MT transita para o estado + se o resultado tiver sinal + ou para o estado - se o resultado tiver sinal -.

### 4.3.5 Fim da Cadeia

A partir dos estados  $-$  e  $+$  a MT caminha para a direita até encontrar o sinal da parcela, efetuando transições conforme explicado nos itens *Resultado Negativo* e *Resultado Positivo*, respectivamente.

Porém, há um momento no qual não há mais parcelas a somar. Neste caso, a partir dos estados  $-$  ou  $+$  a MT lê um  $\square$  e transita para o estado LIMPO.

No estado LIMPO a MT substitui os caracteres  $B$  por  $\square$  e termina no sinal do resultado. Em seguida, a MT transita para o estado ZERO.

No estado ZERO a MT verifica se o resultado final é zero. Se o resultado for  $-\square$ , a sub-rotina ZERO muda o resultado para  $+\square$  garantindo que o zero tenha sempre uma mesma representação.

Finalmente, a MT transita para o estado FIM encerrando a sub-rotina CalExp.

### 4.3.6 Sub-rotina SOMA

A sub-rotina SOMA (Figura 15) adiciona os 0's de uma parcela ao resultado.

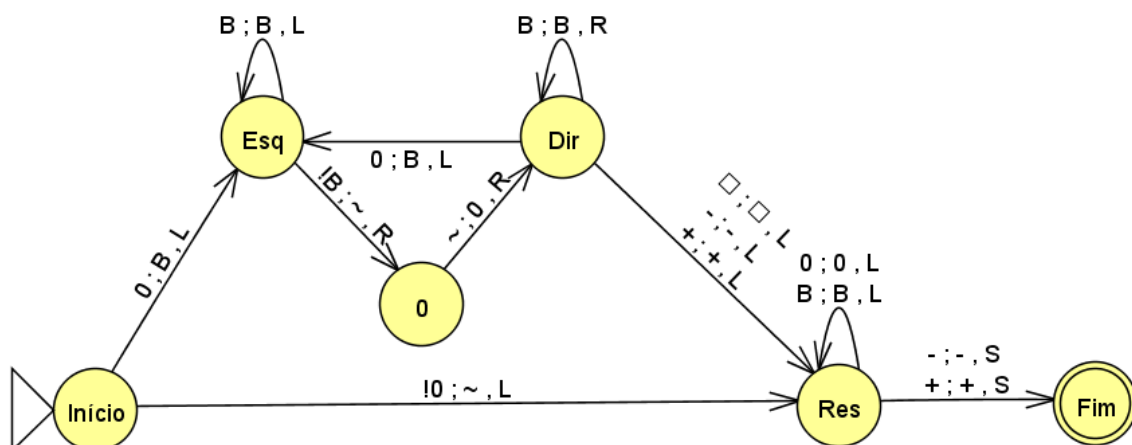


Figura 15: Sub-rotina SOMA.

### Definição Formal da Sub-rotina SOMA

Formalmente, a MT da Figura 15 pode ser definida pela héptupla:

$$\text{SOMA} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

onde:

- 1)  $Q = \{\text{Início}, \text{Esq}, \text{Dir}, 0, \text{Res}, \text{Fim}\}$ .
- 2)  $\Sigma = \{-, +, 0\}$ .
- 3)  $\Gamma = \Sigma \cup \{m, M, Z, B, P, \square\}$  onde  $\square$  é o símbolo “em branco”.

- 4)  $\delta$  é definida de acordo com a Tabela 7 na página 28.
- 5)  $q_0 = \{\text{Início}\}$
- 6)  $F = \{\text{Fim}\}$ .

### Visão Geral da Sub-rotina SOMA

No estado **Início** a cabeça da MT está posicionada à direita do sinal da parcela. Neste momento, é possível ler os seguintes caracteres:

- 1) 0: trata-se do primeiro 0 da parcela. Neste caso, a MT troca este 0 por  $B$ , o que demonstra que este 0 já foi visitado, e transita para o estado **Esq**.
- 2) + ou -: trata-se do sinal da próxima parcela. Isso só ocorre quando a parcela que está sendo somada é um zero, o qual é representado por um sinal seguido da cadeia nula. Neste caso, não há o que somar e a MT transita para o estado **Res**.
- 3)  $\square$ : trata-se do fim da cadeia. Isso só ocorre quando a parcela que está sendo somada é um zero situado no fim da cadeia. Neste caso, não há o que somar e a MT transita para o estado **Res**.

No estado **Esq** a cabeça da MT avança para a esquerda até encontrar um caracter diferente de  $B$ . Neste ponto, ela encontrou o último zero ou o sinal do resultado, transitando para o estado 0.

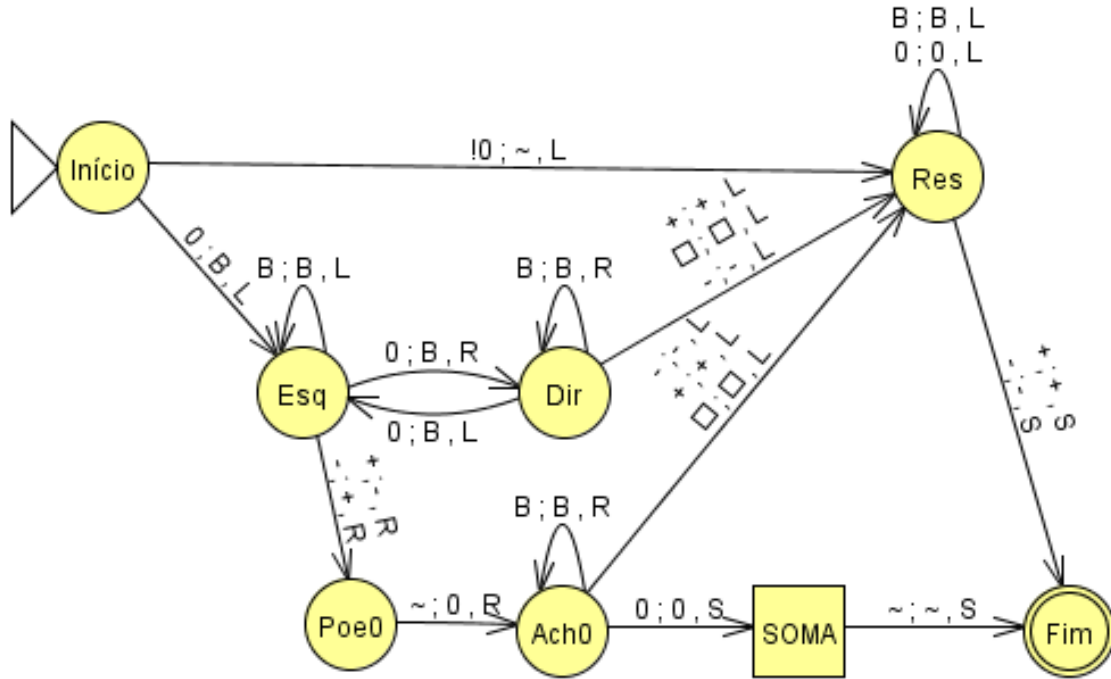
No estado 0 a cabeça da MT escreve um 0 no resultado, compensando o 0 que existia na parcela mas que foi mudado para  $B$  na transição do estado **Início** para o estado **Esq** ou na transição do estado **Dir** para o estado **Esq**. Após escrever o 0 na fita, a MT transita para o estado **Dir**.

No estado **Dir** a cabeça da MT avança para a direita, sobre os caracteres  $B$  até encontrar:

- 1) 0: trata-se de mais um 0 da parcela. Neste caso, a MT troca este 0 por  $B$ , o que demonstra que este 0 já foi visitado, e transita para o estado **Esq**.
- 2) + ou -: trata-se do sinal da próxima parcela indicando que não há mais 0's na parcela atual para serem somados. Neste caso, a MT transita para o estado **Res**.
- 3)  $\square$ : trata-se do fim da cadeia indicando que não há mais 0's na parcela atual para serem somados. Neste caso, a MT transita para o estado **Res**.

No estado **Res** a cabeça da MT avança para a esquerda, em busca do sinal do resultado. Quando o sinal do resultado é encontrado, a MT transita para o estado **Fim** encerrando a sub-rotina **Soma**.





**Figura 16:** Sub-rotina SUBTR.

#### 4.3.7 Sub-rotina SUBTR

A sub-rotina SUBTR (Figura 16) subtrai do resultado os 0's de uma parcela.

##### Definição Formal da Sub-rotina SUBTR

Formalmente, a MT da Figura 16 pode ser definida pela héptupla:

$$\text{SUBTR} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

onde:

- 1)  $Q = \{\text{Início}, \text{Esq}, \text{Dir}, \text{Poe0}, \text{Ach0}, \text{SOMA}, \text{Res}, \text{Fim}\}$ .
- 2)  $\Sigma = \{-, +, 0\}$ .
- 3)  $\Gamma = \Sigma \cup \{m, M, Z, B, P, \square\}$  onde  $\square$  é o símbolo "em branco".
- 4)  $\delta$  é definida de acordo com a Tabela 8 na página 29.
- 5)  $q_0 = \{\text{Início}\}$
- 6)  $F = \{\text{Fim}\}$ .

##### Visão Geral da Sub-rotina SUBTR

A sub-rotina **SUBTR** se inicia no estado **Início** com a cabeça da MT sobre o primeiro 0 da parcela a ser subtraída. A MT substitui este 0 por  $B$ , indicando que este 0 já foi visitado, e transita para o estado **Esq**.

No estado **Esq** a cabeça da MT avança para a esquerda até encontrar um caracter diferente de  $B$ . Este caracter pode ser:

- 1) 0: é 0 mais à direita do resultado. Neste caso, a MT troca este 0 por  $B$ , o que equivale a *subtrair* um zero do resultado, e transita para o estado **Dir**.
- 2) + ou -: trata-se do sinal do resultado. Como não foi encontrado nenhum 0, conclui-se que o resultado é zero. Portanto, a MT troca o sinal (de + para - ou de - para +) e transita para o estado **Poe0**.

No estado **Dir** a cabeça da MT avança para a direita até encontrar um caracter diferente de  $B$ . Este caracter pode ser:

- 1) 0: é mais um 0 da parcela que deve ser subtraído do resultado. Neste caso, a MT troca este 0 por  $B$  e transita para o estado **Esq**.
- 2) + ou -: trata-se do sinal da próxima parcela. Neste caso, a parcela atual já foi processada e a MT transita para o estado **Res**.
- 3)  $\square$ : trata-se do fim da cadeia. Neste caso, a parcela atual já foi processada e a MT transita para o estado **Res**.

No estado **Poe0** a cabeça da MT escreve um 0 e avança para a direita, transitando para o estado **Ach0**. Isto ocorre quando estamos subtraindo mais 0's do que existem no resultado. Neste caso, a MT troca o sinal do resultado e passa a adicionar 0's! O estado **Poe0** adiciona o primeiro zero.

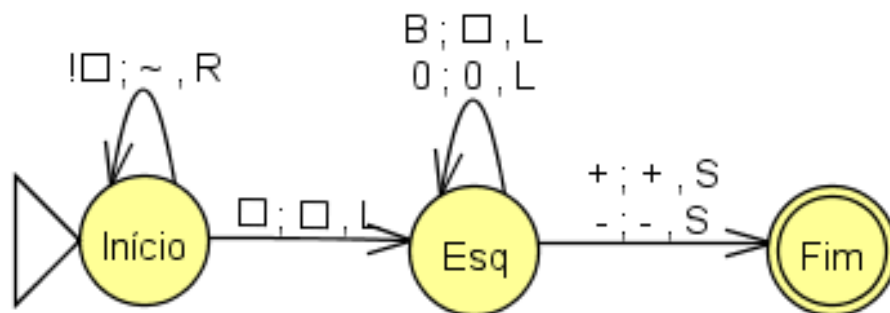
No estado **Ach0** a cabeça da MT avança para a direita. Como há mais zeros a subtrair do que os existentes no resultado, a MT trocou o sinal do resultado e agora está procurando mais zeros para adicionar ao resultado. Quando a MT encontra um caracter diferente de  $B$ , este caracter pode ser:

- 1) 0: é mais um 0 da parcela que deveria ser subtraído, mas que agora será adicionado ao resultado. Neste caso, a MT chama a rotina **SOMA** que já foi apresentada acima. Trata-se de um exemplo de recursão onde um fragmento de código de uma rotina é inteiramente aproveitado dentro de outra. Após a execução da rotina **SOMA** a MT transita para o estado **Fim** concluindo a rotina **SUBTR**.
- 2) + ou -: trata-se do sinal da próxima parcela. Neste caso, a MT transita para o estado **Res**.
- 3)  $\square$ : trata-se do fim da cadeia. Neste caso, a MT transita para o estado **Res**.

O estado **Res** é atingido quando não há mais parcelas a somar ou subtrair. Neste estado, a MT move-se para a esquerda em direção ao sinal do resultado. Ao encontrar o sinal, a MT transita para o estado **Fim** concluindo a sub-rotina **SUBTR**.

### 4.3.8 Sub-rotina LIMPO

A sub-rotina LIMPO (Figura 17) substitui os caracteres  $B$  por  $\square$ .



**Figura 17:** Sub-rotina LIMPO.

#### Definição Formal da Sub-rotina LIMPO

Formalmente, a MT da Figura 17 pode ser definida pela héptupla:

$$\text{LIMPO} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

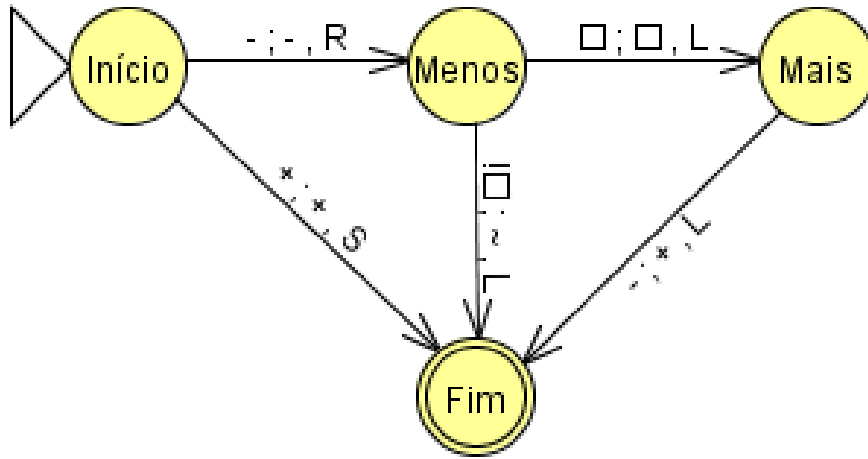
onde:

- 1)  $Q = \{\text{Início}, \text{Esq}, \text{Dir}, \text{Fim}\}$ .
- 2)  $\Sigma = \{-, +, 0\}$ .
- 3)  $\Gamma = \Sigma \cup \{m, M, Z, B, P, \square\}$  onde  $\square$  é o símbolo “em branco”.
- 4)  $\delta$  é definida de acordo com a Tabela 9 na página 30.
- 5)  $q_0 = \{\text{Início}\}$
- 6)  $F = \{\text{Fim}\}$ .

#### Visão Geral da Sub-rotina LIMPO

No estado **Início** a MT move sua cabeça para a direita até encontrar o fim da fita, quando  $\square$  é lido. Neste momento, a MT transita para o estado **Esq**.

No estado **Esq** a MT move sua cabeça para a esquerda, substituindo  $B$  por  $\square$  até encontrar o sinal do resultado. Neste momento, a MT transita para o estado **Fim**, encerrando a sub-rotina **Limpo**.



**Figura 18:** Sub-rotina ZERO.

#### 4.3.9 Sub-rotina ZERO

A sub-rotina ZERO (Figura 18) verifica o resultado final das somas. Se o resultado for  $-\square$ , a sub-rotina ZERO muda o resultado para  $+\square$  garantindo que o zero tenha sempre uma mesma representação.

##### Definição Formal da Sub-rotina ZERO

Formalmente, a MT da Figura 18 pode ser definida pela héptupla:

$$\text{ZERO} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F)$$

onde:

- 1)  $Q = \{\text{Início}, \text{Menos}, \text{Mais}, \text{Fim}\}$ .
- 2)  $\Sigma = \{-, +, 0\}$ .
- 3)  $\Gamma = \Sigma \cup \{m, M, Z, B, P, \square\}$  onde  $\square$  é o símbolo “em branco”.
- 4)  $\delta$  é definida de acordo com a Tabela 10 na página 30.
- 5)  $q_0 = \{\text{Início}\}$
- 6)  $F = \{\text{Fim}\}$ .

##### Visão Geral da Sub-rotina ZERO

A sub-rotina ZERO se inicia no estado **Início** com a cabeça da MT sobre o sinal do resultado. Se o sinal do resultado for  $+$ , a MT transita para o estado **Fim**. Se o sinal do resultado for  $-$ , a MT transita para o estado **Menos**.

No estado **Menos** a MT verifica o caracter seguinte ao sinal – do resultado. Há dois resultados possíveis:

- 1)  $\square$ : O resultado é zero, mas que está representado como  $-\square$ . Neste caso, a MT transita para o estado **Mais**.
- 2)  $!\square$ : O resultado não é zero. Neste caso, a MT transita para o estado **Fim**.

No estado **Mais** a MT troca o sinal – por + e transita para o estado **Fim**.

No estado **Fim** a MT conclui a sub-rotina **ZERO**.

## 5 Descrição dos Passos do Projeto

A Máquina de Turing Somadora Genérica de Números Inteiros foi implementada no JFLAP no arquivo `MT_SOMA_GENERICA.jff`.

Este arquivo contém dois estados, cada um correspondendo a uma sub-rotina:

- 1) **VerExp**: é a rotina *Verifica Expressão*, que verifica se a cadeia de entrada está de acordo com a sintaxe esperada. É o estado inicial.
- 2) **CalcExp**: é a rotina *Calcula Expressão*, que obtém a soma das parcelas definidas na cadeia de entrada. É o estado final.

A descrição dos estados é dada na Tabela 2.

**Tabela 2:** Descrição dos Estados do Programa Principal.

|   | Estado Atual   | Caracter Lido | Caracter Escrito | Movimento Cabeça | Novo Estado    | Comentários        |
|---|----------------|---------------|------------------|------------------|----------------|--------------------|
| → | <b>VerExp</b>  | ~             | ~                | Nenhum           | <b>CalcExp</b> | Sub-rotina inicial |
| * | <b>CalcExp</b> |               |                  |                  |                | Sub-rotina final   |

### 5.1 Sub-rotina VerExp

A sub-rotina **VerExp** (*Verifica Expressão*) verifica se a cadeia de entrada está de acordo com a sintaxe esperada.

No início da sub-rotina, a cabeça da MT deve estar no início da cadeia de entrada.

Se houver caracteres inesperados, a **VerExp** trava. Se a cadeia de entrada não estiver de acordo com a sintaxe esperada, a sub-rotina escreve **ERRO** no início da fita. Se a cadeia de entrada estiver correta, a sub-rotina sai deixando a cabeça da MT no início da cadeia de entrada.

Os 13 estados da sub-rotina **VerExp** estão descritos nas Tabelas 3 e 4.

Um dos estados de **VerExp** é a sub-rotina **ERRO**, descrita na Tabela 3.

**Tabela 3:** Descrição dos Estados da Sub-rotina **VerExp** (Parte 1 de 2).

| Estado Atual | Caracter Lido | Caracter Escrito | Movimento Cabeça | Novo Estado | Comentários                                     |
|--------------|---------------|------------------|------------------|-------------|-------------------------------------------------|
| →            | Início        | 0                | Direita          | Início      | 0 é caracter válido.                            |
|              | -             | -                | Direita          | Início      | - é caracter válido.                            |
|              | +             | +                | Direita          | Início      | + é caracter válido.                            |
|              | □             | □                | Direita          | Volta       | Chegou ao fim da cadeia de entrada.             |
| Volta        | !□            | ~                | Esquerda         | Volta       | Volta até o início da cadeia.                   |
|              | □             | □                | Direita          | Mais        | Chegou ao início da cadeia.                     |
| Mais         | +             | M                | Direita          | N           | Primeiro caracter da cadeia é +.                |
|              | !+            | ~                | Esquerda         | ERRO        | Primeiro caracter da cadeia não é +.            |
| N            | 0             | P                | Direita          | AchSin      | Processando um 0 de $n$ .                       |
|              | !0            | ~                | Esquerda         | ERRO        | Há mais parcelas do que o preconizado por $n$ . |
| AchSin       | Z             | Z                | Direita          | AchSin      | Procurando sinal da próxima parcela.            |
|              | m             | m                | Direita          | AchSin      | Procurando sinal da próxima parcela.            |
|              | M             | M                | Direita          | AchSin      | Procurando sinal da próxima parcela.            |
|              | 0             | 0                | Direita          | AchSin      | Procurando sinal da próxima parcela.            |
|              | -             | m                | Direita          | Parce       | Achou sinal da próxima parcela.                 |
|              | +             | M                | Direita          | Parce       | Achou sinal da próxima parcela.                 |
|              | □             | □                | Esquerda         | ERRO        | Há menos parcelas que o preconizado por $n$ .   |
| Parce        | 0             | Z                | Direita          | Parce       | Troca 0 por Z marcando a parcela atual.         |
|              | -             | -                | Esquerda         | AchaP       | Achou próxima parcela.                          |
|              | +             | +                | Esquerda         | AchaP       | Achou próxima parcela.                          |
|              | □             | □                | Esquerda         | AchaP       | Chegou ao fim da cadeia de entrada.             |
| AchaP        | !P            | ~                | Esquerda         | AchaP       | Volta para esquerda até achar $P$ .             |
|              | P             | P                | Direita          | Ach0        | Achou $P$ .                                     |
| Ach0         | 0             | 0                | Parado           | N           | Número $n$ ainda possui 0's.                    |
|              | m             | m                | Direita          | AchB        | Número $n$ finalizado.                          |
|              | M             | M                | Direita          | AchB        | Número $n$ finalizado.                          |

**Tabela 4:** Descrição dos Estados da Sub-rotina **VerExp** (Parte 2 de 2)

| Estado Atual | Caracter Lido | Caracter Escrito | Movimento Cabeça | Novo Estado | Comentários                                                |
|--------------|---------------|------------------|------------------|-------------|------------------------------------------------------------|
| AchB         | Z             | Z                | Direita          | AchB        | Procurando □.                                              |
|              | m             | m                | Direita          | AchB        | Procurando □.                                              |
|              | M             | M                | Direita          | AchB        | Procurando □.                                              |
|              | 0             | 0                | Esquerda         | ERRO        | Há mais parcelas que o preconizado por $n$ .               |
|              | -             | m                | Esquerda         | ERRO        | Há mais parcelas que o preconizado por $n$ .               |
|              | +             | M                | Esquerda         | ERRO        | Há mais parcelas que o preconizado por $n$ .               |
|              | □             | □                | Esquerda         | Volta2      | Achou □. Número de parcelas OK.                            |
| Volta2       | Z             | 0                | Esquerda         | Volta2      | Troca $Z$ por 0.                                           |
|              | m             | -                | Esquerda         | Volta2      | Troca $m$ por -.                                           |
|              | M             | +                | Esquerda         | Volta2      | Troca $M$ por +.                                           |
|              | P             | 0                | Esquerda         | Volta2      | Troca $P$ por 0.                                           |
|              | □             | □                | Direita          | Fim         | Achou □. Logo, está no início da fita.                     |
| Erro         |               |                  |                  |             | Estado final que não é de aceitação. Algum erro ocorreu... |
| ★ Fim        |               |                  |                  |             | Estado final                                               |

## 5.2 Sub-rotina Erro

A sub-rotina **Erro** imprime a mensagem **ERRO** no início da fita. Em seguida, esta sub-rotina retorna a cabeça da MT para o início da fita.

No início da sub-rotina, a cabeça da MT pode estar em qualquer posição da cadeia de entrada.

Os 7 estados desta sub-rotina estão descritos na Tabela 5.

## 5.3 Sub-rotina CalExp

A sub-rotina **CalExp** (*Calcula Expressão*) soma as parcelas definidas na cadeia de entrada retornando o resultado no início da fita.

No início da sub-rotina, a cabeça da MT deve estar no início da cadeia de entrada.

A sub-rotina **CalExp** contém 9 estados descritos na Tabela 6.

Alguns estados de **CalExp** são sub-rotinas:

- 1) A sub-rotina **SOMA** está descrita na Tabela 7.

**Tabela 5:** Descrição dos Estados da Sub-rotina **ERRO**.

|   | Estado Atual | Caracter Lido | Caracter Escrito | Movimento Cabeça    | Novo Estado | Comentários                                                  |
|---|--------------|---------------|------------------|---------------------|-------------|--------------------------------------------------------------|
| → | Início       | !□<br>□       | ~<br>□           | Esquerda<br>Direita | Início<br>B | Volta até o início da cadeia.<br>Chegou ao início da cadeia. |
|   | B            | ~             | E                | Direita             | E           | Escreve <i>E</i> .                                           |
|   | E            | ~             | R                | Direita             | ER          | Escreve <i>R</i> .                                           |
|   | ER           | ~             | R                | Direita             | ERR         | Escreve <i>R</i> .                                           |
|   | ERR          | ~             | O                | Direita             | ERRO        | Escreve <i>O</i> .                                           |
|   | ERRO         | !□<br>□       | ~<br>□           | Esquerda<br>Direita | ERRO<br>Fim | Volta até o início da cadeia.<br>Chegou ao início da cadeia. |
| ★ | Fim          |               |                  |                     |             | Estado final                                                 |

2) A sub-rotina **SUBTR** está descrita na Tabela 8.

3) A sub-rotina **LIMPO** está descrita na Tabela 9.

4) A sub-rotina **ZERO** está descrita na Tabela 10.

## 5.4 Sub-rotina **SOMA**

A sub-rotina **SOMA** adiciona os 0's de uma parcela ao resultado.

No início da sub-rotina, a cabeça da MT deve estar posicionada no primeiro caracter após o sinal da parcela a ser somada.

Esta sub-rotina contém 6 estados descritos na tabelas Tabela 7.

## 5.5 Sub-rotina **SUBTR**

A sub-rotina **SUBTR** subtrai um 0 do resultado para cada 0 da parcela. Quando não há mais 0's a subtrair no resultado, a sub-rotina troca o sinal do resultado e passa a adicionar 0's utilizando-se da sub-rotina **SOMA** (descrita na Tabela 7).

No início da sub-rotina, a cabeça da MT deve estar posicionada no primeiro caracter após o sinal da parcela a ser subtraída.

Os 8 estados desta sub-rotina estão descritos na tabelas Tabela 8.

## 5.6 Sub-rotina **LIMPO**

A sub-rotina **LIMPO** substitui caracteres *B* à direita do resultado por caracteres □. Ao término da sub-rotina, a MT está com a cabeça sobre o sinal do resultado.

No início da sub-rotina, a cabeça da MT pode estar posicionada em qualquer posição dentro da cadeia de entrada.



**Tabela 6:** Descrição dos Estados da Sub-rotina CalExp.

|   | Estado Atual | Caracter Lido | Caracter Escrito | Movimento Cabeça | Novo Estado | Comentários                                                        |
|---|--------------|---------------|------------------|------------------|-------------|--------------------------------------------------------------------|
| → | Início       | +             | □                | Direita          | Início      | Apaga o sinal de $n$ .                                             |
|   |              | 0             | □                | Direita          | ApagaN      | Apaga o primeiro 0 de $n$ .                                        |
|   | ApagaN       | 0             | □                | Direita          | ApagaN      | Apaga os demais 0's de $n$ .                                       |
|   |              | -             | -                | Direita          | -           | Sinal do resultado é +.                                            |
|   |              | +             | +                | Direita          | +           | Sinal do resultado é -.                                            |
|   | +            | 0             | 0                | Direita          | +           | Avança sobre os 0's do resultado.                                  |
|   |              | B             | B                | Direita          | +           | Avança sobre os $B$ 's que separam o resultado da próxima parcela. |
|   |              | +             | B                | Direita          | SOMA        | Parcela tem mesmo sinal que resultado.                             |
|   |              | -             | B                | Direita          | SUBTR       | Parcela tem sinal oposto ao sinal do resultado.                    |
|   | -            | 0             | 0                | Direita          | +           | Avança sobre os 0's do resultado.                                  |
|   |              | B             | B                | Direita          | +           | Avança sobre os $B$ 's que separam o resultado da próxima parcela. |
|   |              | -             | B                | Direita          | SOMA        | Parcela tem mesmo sinal que resultado.                             |
|   |              | +             | B                | Direita          | SUBTR       | Parcela tem sinal oposto ao sinal do resultado.                    |
|   | SUBTR        | +             | +                | Direita          | +           | Efetua subtração. Resultado tem sinal +.                           |
|   |              | -             | -                | Direita          | -           | Efetua subtração. Resultado tem sinal -.                           |
|   | SOMA         | +             | +                | Direita          | +           | Efetua adição. Resultado tem sinal +.                              |
|   |              | -             | -                | Direita          | -           | Efetua adição. Resultado tem sinal -.                              |
|   | LIMPO        | ~             | ~                | Parado           | ZERO        | Troca $B$ or $\square$ limpando caracteres à direita do resultado. |
|   | ZERO         | ~             | ~                | Parado           | Fim         | Se resultado for $-\square$ , troca por $+\square$ .               |
| ★ | Fim          |               |                  |                  |             | Estado final                                                       |

Esta sub-rotina LIMPO contém 3 estados descritos na Tabela 9.

**Tabela 7:** Descrição dos Estados da Sub-rotina SOMA.

|   | Estado Atual | Caracter Lido | Caracter Escrito | Movimento Cabeça | Novo Estado | Comentários                                                                              |
|---|--------------|---------------|------------------|------------------|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| → | Início       | 0             | B                | Esquerda         | Esq         | Muda primeiro 0 da parcela para $B$ .                                                    |
|   |              | !0            | ~                | Esquerda         | Fim         | Achou sinal da próxima parcela ou $\square$ do fim da cadeia. Não há 0's para somar.     |
|   | Esq          | B             | B                | Esquerda         | Esq         | Avança para a esquerda procurando o resultado.                                           |
|   |              | !B            | ~                | Direita          | 0           | Achou o resultado.                                                                       |
|   | 0            | ~             | 0                | Direita          | Dir         | Adiciona um 0 ao resultado.                                                              |
|   | Dir          | B             | B                | Direita          | Dir         | Avança sobre os $B$ 's que separam o resultado da parcela.                               |
|   |              | 0             | B                | Direita          | Esq         | Muda 0 da parcela para $B$ .                                                             |
|   |              | -             | -                | Esquerda         | Res         | Chegou ao fim da parcela (sinal da próxima parcela é -).                                 |
|   |              | +             | +                | Esquerda         | Res         | Chegou ao fim da parcela (sinal da próxima parcela é +).                                 |
|   | Res          | $\square$     | $\square$        | Esquerda         | Res         | Chegou ao fim da parcela (fim da cadeia).                                                |
|   |              | B             | B                | Esquerda         | Res         | Avança sobre os $B$ 's que separam o resultado da parcela, em direção ao início da fita. |
|   |              | 0             | 0                | Esquerda         | Res         | Avança sobre os 0's do resultado, em direção ao início da fita.                          |
|   |              | -             | -                | Parado           | Fim         | Achou o sinal do resultado: -).                                                          |
| ★ | Fim          | +             | +                | Parado           | Fim         | Achou o sinal do resultado: +).                                                          |
|   |              |               |                  |                  |             | Estado final                                                                             |

## 5.7 Sub-rotina ZERO

A sub-rotina ZERO garante que o número zero tenha representação única no resultado. Assim, quando o resultado zero estiver representado por  $-\square$ , esta sub-rotina troca o sinal  $-$  por  $+$ . No início da sub-rotina, a cabeça da MT deve estar posicionada no início da cadeia de entrada.

Esta sub-rotina contém 4 estados descritos na Tabela 10.

**Tabela 8:** Descrição dos Estados da Sub-rotina SUBTR.

|   | Estado Atual | Caracter Lido | Caracter Escrito | Movimento Cabeça | Novo Estado | Comentários                                                                              |
|---|--------------|---------------|------------------|------------------|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| → | Início       | 0             | B                | Esquerda         | Esq         | Muda primeiro 0 da parcela para $B$ .                                                    |
|   |              | !0            | ~                | Esquerda         | Fim         | Achou sinal da próxima parcela ou $\square$ do fim da cadeia. Não há 0's para somar.     |
|   | Esq          | B             | B                | Esquerda         | Esq         | Avança para a esquerda procurando o resultado.                                           |
|   |              | 0             | B                | Direita          | Dir         | Subtrai um 0 do resultado.                                                               |
|   |              | -             | +                | Direita          | Poe0        | Não há mais 0's no resultado. Troca o sinal.                                             |
|   |              | +             | -                | Direita          | Poe0        | Não há mais 0's no resultado. Troca o sinal.                                             |
|   | Poe0         | ~             | 0                | Direita          | Ach0        | Adiciona um 0 ao resultado.                                                              |
|   | Ach0         | B             | B                | Direita          | Dir         | Avança sobre os $B$ 's que separam o resultado da parcela.                               |
|   |              | 0             | 0                | Parado           | SOMA        | Ainda há 0's na parcela para processar.                                                  |
|   |              | -             | -                | Esquerda         | Res         | Chegou ao fim da parcela (sinal da próxima parcela é -).                                 |
|   |              | +             | +                | Esquerda         | Res         | Chegou ao fim da parcela (sinal da próxima parcela é +).                                 |
|   |              | $\square$     | $\square$        | Esquerda         | Res         | Chegou ao fim da parcela (fim da cadeia).                                                |
|   | Res          | B             | B                | Esquerda         | Res         | Avança sobre os $B$ 's que separam o resultado da parcela, em direção ao início da fita. |
|   |              | 0             | 0                | Esquerda         | Res         | Avança sobre os 0's do resultado, em direção ao início da fita.                          |
|   |              | -             | -                | Parado           | Fim         | Achou o sinal do resultado: -).                                                          |
|   |              | +             | +                | Parado           | Fim         | Achou o sinal do resultado: +).                                                          |
| ★ | Fim          |               |                  |                  |             | Estado final                                                                             |

**Tabela 9:** Descrição dos Estados da Sub-rotina LIMPO.

|   | Estado Atual | Caracter Lido | Caracter Escrito | Movimento Cabeça    | Novo Estado   | Comentários                                                                      |
|---|--------------|---------------|------------------|---------------------|---------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| → | Início       | !□<br>□       | ~<br>□           | Direita<br>Esquerda | Início<br>Esq | Avança até o fim da cadeia.<br>Achou o fim da cadeia.                            |
|   | Esq          | B             | □                | Esquerda            | Esq           | Avança para a esquerda trocando $B$ por $\square$ , isto é, “limpando” a cadeia. |
|   |              | 0             | 0                | Esquerda            | Esq           | Avança sobre os 0's do resultado.                                                |
|   |              | -             | -                | Parado              | Fim           | Chegou ao sinal do resultado: -.                                                 |
|   |              | +             | +                | Parado              | Fim           | Chegou ao sinal do resultado: +.                                                 |
| ★ | Fim          |               |                  |                     |               | Estado final                                                                     |

**Tabela 10:** Descrição dos Estados da Sub-rotina ZERO.

|   | Estado Atual | Caracter Lido | Caracter Escrito | Movimento Cabeça  | Novo Estado  | Comentários                                                          |
|---|--------------|---------------|------------------|-------------------|--------------|----------------------------------------------------------------------|
| → | Início       | -<br>+        | -<br>+           | Direita<br>Parado | Menos<br>Fim | Resultado tem sinal -.<br>Resultado tem sinal +.                     |
|   | Menos        | □             | □                | Esquerda          | Mais         | Achou um $\square$ . Portanto, resultado é $-\square$ .              |
|   |              | !□            | ~                | Esquerda          | Fim          | Não achou $\square$ . Portanto, resultado não é $-\square$ .         |
|   | Mais         | -             | +                | Esquerda          | Fim          | Troca - por +. Assim, resultado muda de $-\square$ para $+\square$ . |
| ★ | Fim          |               |                  |                   |              | Estado final                                                         |

## 6 Execução de Três Exemplos Bem Sucedidos

Para facilitar o raciocínio, a posição da cabeça da MT nos exemplos abaixo é identificada pelo sinal |. O nome da sub-rotina bem como o estado atual são identificados em colunas distintas.

Na Tabela 11, por exemplo, a MT está na sub-rotina **SOMA**, no estado **Menos** e com a cabeça posicionada sobre o símbolo + da cadeia de entrada a qual, neste momento, é igual a -00BBBB+000.

**Tabela 11:** Exemplo de Descrição de um Estado Instantâneo.

| Sub-rotina | Estado | Cadeia       | Comentários                           |
|------------|--------|--------------|---------------------------------------|
| SOMA       | Menos  | -00BBBB +000 | Cabeça da MT situada sobre o sinal +. |

### 6.1 Primeiro Exemplo: 1-2+3

A cadeia de entrada para este exemplo é:

+000+0-00+000

Trata-se de um exemplo interessante pois o resultado parcial é inicialmente +1, depois muda para -1 e finalmente muda para +2. Esta alteração de sinais no resultado faz com que a sub-rotina SUBTR chame a rotina SOMA.

#### 6.1.1 Processamento na Sub-rotina ValExp

Inicialmente, a cadeia é processada na sub-rotina ValExp de acordo com as Tabelas 12 a 15.



**Tabela 13:** Descrição dos Estados da Sub-rotina ValExp no Exemplo 1 (Parte 2 de 4).

| Sub-rotina | Estado | Cadeia                                                                                                                                       | Comentários                                                                                                 |
|------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ValExp     | Parce  | MP00M 0-00+000<br>MP00MZ -00+000                                                                                                             | Troca sinal + por M. Início da marcação da parcela.<br>Acha o sinal da segunda parcela.<br>Fim da marcação. |
| ValExp     | AchP   | MP00M Z-00+000<br>MP00 MZ-00+000<br>MP0 0MZ-00+000<br>MP0 0MZ-00+000<br>MP 00MZ-00+000<br>M P00MZ-00+000                                     | Volta até achar um P.<br><br><br><br><br>Acha P.                                                            |
| ValExp     | Ach0   | MP 00MZ-00+000                                                                                                                               | Acha o próximo 0 de $n$ . Cabeça não se move.                                                               |
| ValExp     | N      | MP 00MZ-00+000                                                                                                                               | Analisa $n$ .                                                                                               |
| ValExp     | AchSin | MPP 0MZ-00+000<br>MPP0 MZ-00+000<br>MPP0 MZ-00+000<br>MPP0M Z-00+000<br>MPP0MZ -00+000                                                       | Marca segundo 0 de $n$ . Procura sinal da parcela.<br><br><br><br>Acha sinal da segunda parcela.            |
| ValExp     | Parce  | MPP0MZm 00+000<br>MPP0MZmZ 0+000<br>MPP0MZmZZ +000<br>MPP0MZmZZ+ 000                                                                         | Início da marcação da segunda parcela.<br><br><br>Acha sinal da terceira parcela                            |
| ValExp     | AchP   | MPP0MZmZZ +000<br>MPP0MZmZ Z+000<br>MPP0MZm ZZ+000<br>MPP0MZ mZZ+000<br>MPP0M ZmZZ+000<br>MPP0 MZmZZ+000<br>MPP 0MZmZZ+000<br>MP P0MZmZZ+000 | Volta até achar um P.<br><br><br><br><br><br><br>Acha um P.                                                 |

**Tabela 14:** Descrição dos Estados da Sub-rotina ValExp no Exemplo 1 (Parte 3 de 4).

| Sub-rotina | Estado | Cadeia                                                                                                                                                                                             | Comentários                                                                                            |
|------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ValExp     | Ach0   | MPP OMZmZZ+000                                                                                                                                                                                     | Acha o próximo 0 de $n$ . Cabeça não se move.                                                          |
| ValExp     | N      | MPP OMZmZZ+000                                                                                                                                                                                     | Analisa $n$ .                                                                                          |
| ValExp     | AchSin | MPPP MZmZZ+000<br>MPPPM ZmZZ+000<br>MPPPM ZmZZ+000<br>MPPPMZm ZZ+000<br>MPPPMZmZ Z+000<br>MPPPMZmZZ +000                                                                                           | Marca terceiro 0 de $n$ . Procura sinal da parcela.<br><br><br><br><br>Acha sinal da terceira parcela. |
| ValExp     | Parce  | MPPPMZmZZM 000<br>MPPPMZmZZMZ 00<br>MPPPMZmZZMZZ 0<br>MPPPMZmZZMZZZ                                                                                                                                | Início da marcação da terceira parcela.<br><br><br>Acha fim da cadeia                                  |
| ValExp     | AchP   | MPPPMZmZZMZZZ <br>MPPPMZmZZMZZ Z<br>MPPPMZmZZMZ ZZ<br>MPPPMZmZZM ZZZ<br>MPPPMZmZZ MZZZ<br>MPPPMZmZ ZMZZZ<br>MPPPMZm ZZMZZZ<br>MPPPMZ mZZMZZZ<br>MPPPM ZmZZMZZZ<br>MPPP MZmZZMZZZ<br>MPP PMZmZZMZZZ | Volta até achar um P.<br><br><br><br><br><br><br><br><br><br><br>Acha um P.                            |
| ValExp     | Ach0   | MPPP MZmZZMZZZ                                                                                                                                                                                     | Não há mais 0's de $n$ .                                                                               |
| ValExp     | AchB   | MPPPM ZmZZMZZZ<br>MPPPMZ mZZMZZZ<br>MPPPMZm ZZMZZZ<br>MPPPMZmZ ZMZZZ<br>MPPPMZmZZ MZZZ<br>MPPPMZmZZM ZZZ<br>MPPPMZmZZMZ ZZ<br>MPPPMZmZZMZZ Z<br>MPPPMZmZZMZZZ                                      | Procura fim da cadeia.<br><br><br><br><br><br><br><br>Acha fim da cadeia.                              |





### 6.1.2 Processamento na Sub-rotina CalExp

Ao término (com sucesso) da sub-rotina ValExp, há uma transição para a rotina CalExp que efetua as adições conforme detalhado nas Tabelas 16 a 19.

**Tabela 16:** Descrição dos Estados da Sub-rotina **CalExp** no Exemplo 1 (Parte 1 de 4)

| Sub-rotina | Estado | Cadeia                                                                           | Comentários                                                                                                                 |
|------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| CalExp     | Início | +000+0-00+000                                                                    | Início da sub-rotina <b>CalExp</b> .                                                                                        |
| CalExp     | ApagaN | +000+0-00+000<br> 000+0-00+000<br> 00+0-00+000<br> 0+0-00+000<br> +0-00+000      | Apaga número $n$ .<br><br>Encontra sinal da primeira parcela.                                                               |
| CalExp     | +      | + 0-00+000<br><br>+0 -00+000                                                     | Primeira parcela torna-se resultado.<br>Achou sinal da segunda parcela. Sinal da parcela é diferente do sinal do resultado. |
| SUBTR      | Início | +0B 00+000                                                                       | Início da sub-rotina <b>SUBTR</b> .                                                                                         |
| SUBTR      | Esq    | +0 BB0+000<br>+0 BB0+000<br>+ 0BB0+000                                           | Marca com $B$ o 0 a subtrair.<br><br>Subtrai um 0 do resultado.                                                             |
| SUBTR      | Dir    | +B BB0+000<br>+BB B0+000<br>+BBB 0+000                                           | Procura próximo 0 a subtrair.<br><br>Encontra 0 a subtrair                                                                  |
| SUBTR      | Esq    | +BBB B+000<br>+BB BB+000<br>+B BBB+000<br>+ BBBB+000<br> +BBBB+000               | Marca com $B$ o 0 a subtrair.<br><br>Encontrou sinal do resultado. Não há 0's a subtrair. Troca sinal.                      |
| SUBTR      | Poe0   | - BBBB+000                                                                       | Prepara-se para adicionar um 0.                                                                                             |
| SUBTR      | Ach0   | -0 BBB+000<br>-0B BB+000<br>-0BB B+000<br>-0BBB +000                             | Procura próximo 0 da parcela.<br><br>Não há mais 0's na parcela.                                                            |
| SUBTR      | Res    | -0BBB +000<br>-0BB B+000<br>-0B BB+000<br>-0 BBB+000<br>- 0BBB+000<br> -0BBB+000 | Procura sinal do resultado.<br><br>Encontrou sinal do resultado.                                                            |
| SUBTR      | Fim    | -0BBB +000                                                                       | Fim da sub-rotina <b>SUBTR</b> .                                                                                            |

**Tabela 17:** Descrição dos Estados da Sub-rotina CalExp no Exemplo 1 (Parte 2 de 4)

| Sub-rotina | Estado | Cadeia                                                                                                       | Comentários                                                                                                         |
|------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| CalExp     | -      | - 0BBB+000<br>-0 BBB+000<br>-0B BB+000<br>-0BB B+000<br>-0BBB +000                                           | Procura próxima parcela.<br><br>Achou sinal da segunda parcela. Sinal da parcela é diferente do sinal do resultado. |
| SUBTR      | Início | -0BBBB 000                                                                                                   | Início da sub-rotina SUBTR.                                                                                         |
| SUBTR      | Esq    | -0BBBB B00<br>-0BBB BB00<br>-0BB BBB00<br>-0B BBBB00<br>-0 BBBBB00<br>- BBBBBB00                             | Marca com $B$ o 0 a subtrair.<br><br>Achou 0 no resultado a subtrair.                                               |
| SUBTR      | Dir    | -B BBBBB00<br>-BB BBBB00<br>-BBB BBB00<br>-BBBB BB00<br>-BBBBB B00<br>-BBBBBB 00                             | Subtraiu um 0 do resultado.<br>Procura o próximo 0 da parcela.<br><br>Achou o próximo 0 da parcela.                 |
| SUBTR      | Esq    | -BBBBBB B0<br>-BBBBB BB0<br>-BBBB BBB0<br>-BBB BBBB0<br>-BB BBBBB0<br>-B BBBBBB0<br>- BBBBBBB0<br> -BBBBBBB0 | Marca com $B$ o 0 a subtrair.<br><br>Encontrou sinal do resultado. Não há 0's a subtrair. Troca sinal.              |
| SUBTR      | Poe0   | + BBBBBBB0                                                                                                   | Prepara-se para adicionar um 0.                                                                                     |
| SUBTR      | Ach0   | +0 BBBBBBB0<br>+0B BBBBB0<br>+0BB BBBB0<br>+0BBB BBB0<br>+0BBBB BB0<br>+0BBBBB B0<br>+0BBBBBB 0              | Procura próximo 0 da parcela.<br><br>Achou o 0. Como o sinal do resultado foi trocado, a MT passa a somar.          |

**Tabela 18:** Descrição dos Estados da Sub-rotina **CalExp** no Exemplo 1 (Parte 3 de 4)

| Sub-rotina | Estado | Cadeia                                                                                                                                     | Comentários                                                                                    |
|------------|--------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| SOMA       | Início | +0BBBBBB 0                                                                                                                                 | Início da sub-rotina <b>SOMA</b> .                                                             |
| SOMA       | Esq    | +0BBBBBB B<br>+0BBBBB BB<br>+0BBBB BBB<br>+0BBB BBBB<br>+0BB BBBBB<br>+0B BBBBBB<br>+0 BBBBBBB<br>+ 0BBBBBBB                               | Marca 0 da parcela com <i>B</i> .<br><br>Achou um 0 no resultado.                              |
| SOMA       | 0      | +0 BBBBBBB                                                                                                                                 | Prepara-se para adicionar um 0.                                                                |
| SOMA       | Dir    | +00 BBBBBB<br>+00B BBBBB<br>+00BB BBBB<br>+00BBB BBB<br>+00BBBB BB<br>+00BBBBB B<br>+00BBBBBB                                              | Procura próximo 0 da parcela.<br><br>Achou o fim da cadeia. Não há mais 0's para somar.        |
| SOMA       | Res    | +00BBBBB B<br>+00BBBB BB<br>+00BBB BBB<br>+00BB BBBB<br>+00B BBBBB<br>+00 BBBBBB<br>+0 0BBBBBB<br>+ 00BBBBBB<br> +00BBBBBB                 | Volta para o sinal do resultado.<br><br>Acha sinal do resultado.                               |
| SOMA       | Fim    | +00BBBBBB                                                                                                                                  | Fim da sub-rotina <b>SOMA</b> .                                                                |
| SUBTR      | Fim    | +00BBBBBB                                                                                                                                  | Fim da sub-rotina <b>SUBTR</b> .                                                               |
| CalExp     | +      | +00BBBBBB<br><br>+ 00BBBBBB<br>+0 0BBBBBB<br>+00 BBBBBB<br>+00B BBBBB<br>+00BB BBBB<br>+00BBB BBB<br>+00BBBB BB<br>+00BBBBB B<br>+00BBBBBB | Resultado positivo. Procura próxima parcela.<br><br>Achou fim da cadeia. Não há mais parcelas. |

**Tabela 19:** Descrição dos Estados da Sub-rotina CalExp no Exemplo 1 (Parte 4 de 4)

| Sub-rotina | Estado | Cadeia                                                                                | Comentários                                           |
|------------|--------|---------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| LIMPO      | Início | +00BBBBB B<br>+00BBBBBB                                                               | Início da sub-rotina LIMPO.<br>Procura fim da cadeia. |
| LIMPO      | Esq    | +00BBBBB <br>+00BBBB <br>+00BBB <br>+00BB <br>+00BB <br>+00B <br>+00 <br>+ 00<br> +00 | Volta trocando $B$ por $\square$ .                    |
| LIMPO      | Fim    | +00                                                                                   | Fim da sub-rotina LIMPO.                              |
| ZERO       | Início | +00                                                                                   | Início da sub-rotina ZERO.                            |
| ZERO       | Fim    | +00                                                                                   | Fim da sub-rotina ZERO.                               |
| CalExp     | Fim    | +00                                                                                   | Fim da sub-rotina CalExp.                             |

## 6.2 Segundo Exemplo: $-1+1$

A cadeia de entrada para este exemplo é:

+00-0+0

Este exemplo é interessante pois mostra como a sub-rotina ZERO ajusta a resposta  $-\square$  para  $+\square$ , garantindo uma representação única para o zero.

### 6.2.1 Processamento na Sub-rotina ValExp

Inicialmente, a cadeia é processada na sub-rotina ValExp de acordo com as Tabelas 20 a 21.

**Tabela 20:** Descrição dos Estados da Sub-rotina ValExp no Exemplo 2 (Parte 1 de 2)

| Sub-rotina | Estado | Cadeia                                                                                        | Comentários                                                                                  |
|------------|--------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------|
| ValExp     | Início | +00-0+0<br>+ 00-0+0<br>+0 0-0+0<br>+00 -0+0<br>+00- 0+0<br>+00-0 +0<br>+00-0+ 0<br>+00-0+0    | Início da sub-rotina ValExp.<br><br><br><br><br><br><br><br>Chega ao fim da cadeia.          |
| ValExp     | Volta  | +00-0+ 0<br>+00-0 +0<br>+00- 0+0<br>+00 -0+0<br>+0 0-0+0<br>+ 00-0+0<br> +00-0+0<br> B+00-0+0 | Volta para o início da cadeia.<br><br><br><br><br><br><br>Chega ao início da cadeia.         |
| ValExp     | Mais   | +00-0+0                                                                                       | Verifica se símbolo + está presente.                                                         |
| ValExp     | N      | M 00-0+0                                                                                      | Inicia verificação do número $n$                                                             |
| ValExp     | AchSin | MP 0-0+0<br><br>MP0 -0+0                                                                      | Marca primeiro 0 de $n$ . Procura sinal da parcela.<br><br>Acha o sinal da primeira parcela. |
| ValExp     | Parce  | MP0m 0+0<br>MP0mZ +0                                                                          | Procura próxima parcela.                                                                     |

**Tabela 21:** Descrição dos Estados da Sub-rotina **ValExp** no Exemplo 2 (Parte 2 de 2)

| Sub-rotina | Estado | Cadeia                                                                           | Comentários                                                                              |
|------------|--------|----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| ValExp     | AchP   | MP0mZ +0<br>MP0m Z+0<br>MP0 mZ+0<br>MP 0mZ+0<br>M P0mZ+0                         | Volta até achar um P.<br><br><br><br>Acha P.                                             |
| ValExp     | Ach0   | MP 0mZ+0                                                                         | Acha o próximo 0 de $n$ . Cabeça não se move.                                            |
| ValExp     | N      | MP 0mZ+0                                                                         | Analisa $n$ .                                                                            |
| ValExp     | AchSin | MPP mZ+0<br><br>MPPm Z+0<br>MPPmZ +0                                             | Marca segundo 0 de $n$ . Procura sinal da parcela.<br><br>Acha sinal da segunda parcela. |
| ValExp     | Parce  | MPPmZM 0<br><br>MPPmZMZ                                                          | Início da marcação da segunda parcela.<br>Acha fim da cadeia.                            |
| ValExp     | AchP   | MPPmZM Z<br>MPPmZ MZ<br>MPPm ZMZ<br>MPP mZMZ<br>MP PmZMZ                         | Volta até achar um P.<br><br><br><br>Acha P.                                             |
| ValExp     | Ach0   | MPP mZMZ                                                                         | Não há mais 0's de $n$ .                                                                 |
| ValExp     | AchB   | MPPm ZMZ<br>MPPmZ MZ<br>MPPmZM Z<br>MPPmZMZ                                      | Procura fim da cadeia.<br><br>Acha fim da cadeia.                                        |
| ValExp     | Volta2 | MPPmZM 0<br>MPPmZ +0<br>MPPm 0+0<br>MPP -0+0<br>MP 0-0+0<br>M 00-0+0<br> +00-0+0 | Volta reconstruindo cadeia.<br><br><br><br><br>Chegou no início da cadeia.               |
| ValExp     | Fim    | +00-0+0                                                                          | Fim da sub-rotina <b>ValExp</b> .                                                        |

### 6.2.2 Processamento na Sub-rotina CalExp

Ao término (com sucesso) da sub-rotina **ValExp**, há uma transição para a rotina **CalExp** que efetua as adições conforme detalhado nas Tabelas 22 a 23.



**Tabela 22:** Descrição dos Estados da Sub-rotina CalExp no Exemplo 2 (Parte 1 de 2)

| Sub-rotina | Estado | Cadeia                              | Comentários                                                                                                                     |
|------------|--------|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| CalExp     | Início | +00-0+0                             | Início da sub-rotina CalExp.                                                                                                    |
| CalExp     | ApagaN | 00-0+0<br> 0-0+0<br> -0+0           | Apaga número $n$ .<br><br>Encontra sinal da primeira parcela.                                                                   |
| CalExp     | -      | - 0+0<br><br>-0 +0                  | Primeira parcela torna-se resultado.<br><br>Achou sinal da segunda parcela. Sinal da parcela é diferente do sinal do resultado. |
| SUBTR      | Início | -0B 0                               | Início da sub-rotina SUBTR.                                                                                                     |
| SUBTR      | Esq    | -0B B<br>-0 BB<br>- BBB             | Marca com $B$ o 0 a subtrair.<br>Avança em direção ao resultado.<br>Subtrai um 0 do resultado.                                  |
| SUBTR      | Dir    | -B BB<br>-BB B<br>-BBB              | Procura próximo 0 a subtrair.<br><br>Encontra fim da cadeia.                                                                    |
| SUBTR      | Res    | -BB B<br>-B BB<br>- BBB<br> -BBB    | Procura sinal do resultado.<br><br>Encontrou sinal do resultado.                                                                |
| SUBTR      | Fim    | -BBB                                | Fim da sub-rotina SUBTR.                                                                                                        |
| CalExp     | -      | - BBB<br><br>-B BB<br>-BB B<br>-BBB | Resultado positivo. Procura próxima parcela.<br><br>Achou fim da cadeia. Não há mais parcelas                                   |

**Tabela 23:** Descrição dos Estados da Sub-rotina CalExp no Exemplo 2 (Parte 2 de 2)

| Sub-rotina | Estado | Cadeia                  | Comentários                                                         |
|------------|--------|-------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| LIMPO      | Início | -BB B<br>-BBB           | Início da sub-rotina LIMPO.<br>Acha fim da cadeia.                  |
| LIMPO      | Esq    | -BB <br>-B <br>- <br> - | Volta trocando $B$ por $\square$ .<br><br>Acha o sinal do resultado |
| LIMPO      | Fim    | -                       | Fim da sub-rotina LIMPO.                                            |
| ZERO       | Início | -                       | Início da sub-rotina ZERO.                                          |
| ZERO       | Menos  | -                       | Sinal negativo do resultado.                                        |
| ZERO       | Mais   | -                       | Achou $\square$ . Logo, resultado é $-\square$ .                    |
| ZERO       | Fim    | +                       | Fim da sub-rotina ZERO.                                             |
| CalExp     | Fim    | +                       | Fim da sub-rotina CalExp.                                           |

## 6.3 Terceiro Exemplo: $-0+0$

A cadeia de entrada para este exemplo é:

$+00-+$

Este exemplo é interessante pois mostra como o número 0 é representado nas parcelas de uma soma.

Tal como mostrado no exemplo anterior, a sub-rotina `ZERO` ajusta a resposta  $-\square$  para  $+\square$ , garantindo uma representação única para o zero.

### 6.3.1 Processamento na Sub-rotina `ValExp`

Inicialmente, a cadeia é processada na sub-rotina `ValExp` de acordo com a Tabela 24.

**Tabela 24:** Descrição dos Estados da Sub-rotina ValExp no Exemplo 3

| Sub-rotina | Estado | Cadeia                                                    | Comentários                                                                              |
|------------|--------|-----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| ValExp     | Início | +00-+<br>+ 00-+<br>+0 0-+<br>+00 -+<br>+00- +<br>+00-+    | Início da sub-rotina ValExp.<br><br><br><br><br>Chega ao fim da cadeia.                  |
| ValExp     | Volta  | +00- +<br>+00 -+<br>+0 0-+<br>+ 00-+<br> +00-+<br> B+00-+ | Volta para o início da cadeia.<br><br><br><br><br>Chega ao início da cadeia.             |
| ValExp     | Mais   | +00-+                                                     | Verifica se símbolo + está presente.                                                     |
| ValExp     | N      | M 00-+                                                    | Inicia verificação do número $n$                                                         |
| ValExp     | AchSin | MP 0-+<br>MP0 -+                                          | Marca primeiro 0 de $n$ . Procura sinal da parcela.<br>Acha o sinal da primeira parcela. |
| ValExp     | Parce  | MP0m +                                                    | Procura próxima parcela.                                                                 |
| ValExp     | AchaP  | MP0 m+<br>MP 0m+<br>M P0m+                                | Procura P à esquerda.<br><br>Acha P.                                                     |
| ValExp     | Ach0   | MP 0m+                                                    | Procura próximo 0 em $n$ .                                                               |
| ValExp     | N      | MP 0m+                                                    | Procura próximo 0 em $n$ .                                                               |
| ValExp     | AchSin | MPP m+<br>MPPm +                                          | Procura próxima parcela.<br>Achou próxima parcela.                                       |
| ValExp     | Parce  | MPPmM                                                     | Procura próxima parcela.                                                                 |
| ValExp     | AchaP  | MPPm M<br>MPP mM<br>MP PmM                                | Procura P à esquerda.<br><br>Acha P.                                                     |
| ValExp     | Ach0   | MPP mM                                                    | Procura próximo 0 em $n$ .                                                               |
| ValExp     | AchaB  | MPPm M<br>MPPmM                                           | Procura fim de cadeia.<br>Acha fim de cadeia.                                            |
| ValExp     | Volta2 | MPPm M<br>MPP m+<br>MP P-+<br>M P0-+<br> M00-+<br> B+00-+ | Reconstrói cadeia de entrada.<br><br><br><br><br>Acha início da cadeia.                  |
| ValExp     | Fim    | +00-+                                                     | Fim da sub-rotina ValExp.                                                                |

### 6.3.2 Processamento na Sub-rotina CalExp

Ao término (com sucesso) da sub-rotina ValExp, há uma transição para a rotina CalExp que efetua as adições conforme detalhado na Tabela 25.

**Tabela 25:** Descrição dos Estados da Sub-rotina CalExp no Exemplo 3

| Sub-rotina | Estado | Cadeia               | Comentários                                                      |
|------------|--------|----------------------|------------------------------------------------------------------|
| CalExp     | Início | +00-+                | Início da sub-rotina CalExp.                                     |
| CalExp     | ApagaN | 00-+<br> 0-+<br>  -+ | Apaga número $n$ .<br><br>Encontra sinal da primeira parcela.    |
| CalExp     | -      | - +                  | Primeira parcela torna-se resultado.                             |
| SUBTR      | Início | - B                  | Início da sub-rotina SUBTR.                                      |
| SUBTR      | Res    | - B<br> -B           | Não há o que subtrair.<br>Acha início da cadeia.                 |
| SUBTR      | Fim    | -B                   | Fim da sub-rotina SUBTR.                                         |
| CalExp     | -      | - B<br>-B            | Resultado negativo.<br>Não há próxima parcela.                   |
| LIMPO      | Início | - B<br>-B            | Início da sub-rotina LIMPO.<br>Acha fim da cadeia.               |
| LIMPO      | Esq    | - B<br> -<br> B-     | Volta trocando $B$ por $\square$ .<br><br>Acha início da cadeia. |
| LIMPO      | Fim    | -                    | Fim da sub-rotina LIMPO.                                         |
| ZERO       | Início | -                    | Início da sub-rotina ZERO.                                       |
| ZERO       | Menos  | -                    | Procura por $-\square$ .                                         |
| ZERO       | Mais   | -                    | Acha $-\square$ .                                                |
| ZERO       | Fim    | +                    | Fim da sub-rotina ZERO.                                          |
| CalExp     | Fim    | +                    | Fim da sub-rotina CalExp.                                        |

## 7 Exemplo Mal Sucedido

Durante o desenvolvimento da Máquina de Turing Somadora Genérica de Números Inteiros, procuramos tratar todos os possíveis erros.

A sub-rotina VerExp aciona a sub-rotina ERRO a qual escreve na fita a palavra ERRO nestes casos:

- 1) Cadeia de entrada vazia.
- 2) Números  $n$  ou  $x_i$  sem o devido sinal.

3) Número de parcelas incompatível com o número  $n$ .

Um exemplo de cadeia de entrada que provoca travamento da MT, é o uso de quaisquer caracteres que não pertençam ao alfabeto  $\Sigma = \{-, +, 0\}$ .

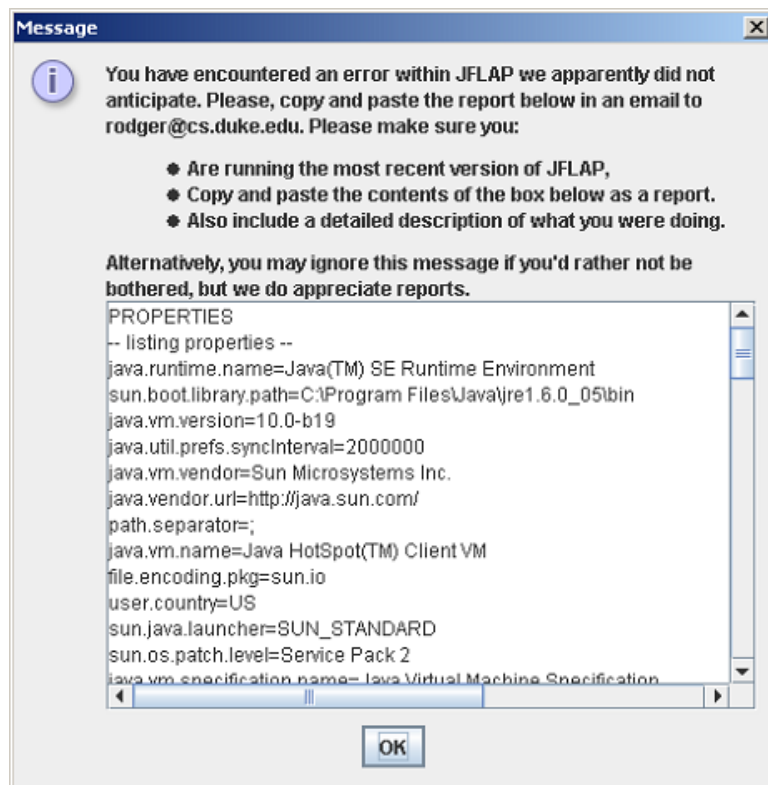
Por exemplo, a cadeia formada pelo caracter  $x$  causa o travamento da máquina já no estado inicial.

Outra forma de causar erro na MT é reduzir a memória disponível para o JFLAP. Por default, o JFLAP utiliza 80MB de memória. No entanto, com este comando conseguimos reduzir a memória disponível para 1MB:

```
java -Xmx1m -classpath ";JFLAP.jar" -jar JFLAP.jar
```

Com apenas 1MB disponível, o JFLAP falha e mostra a mensagem de erro da Figura 19

quando se tenta processar:  $m = \sum_{i=1}^{200} 1$ .



**Figura 19:** Mensagem de erro do JFLAP.

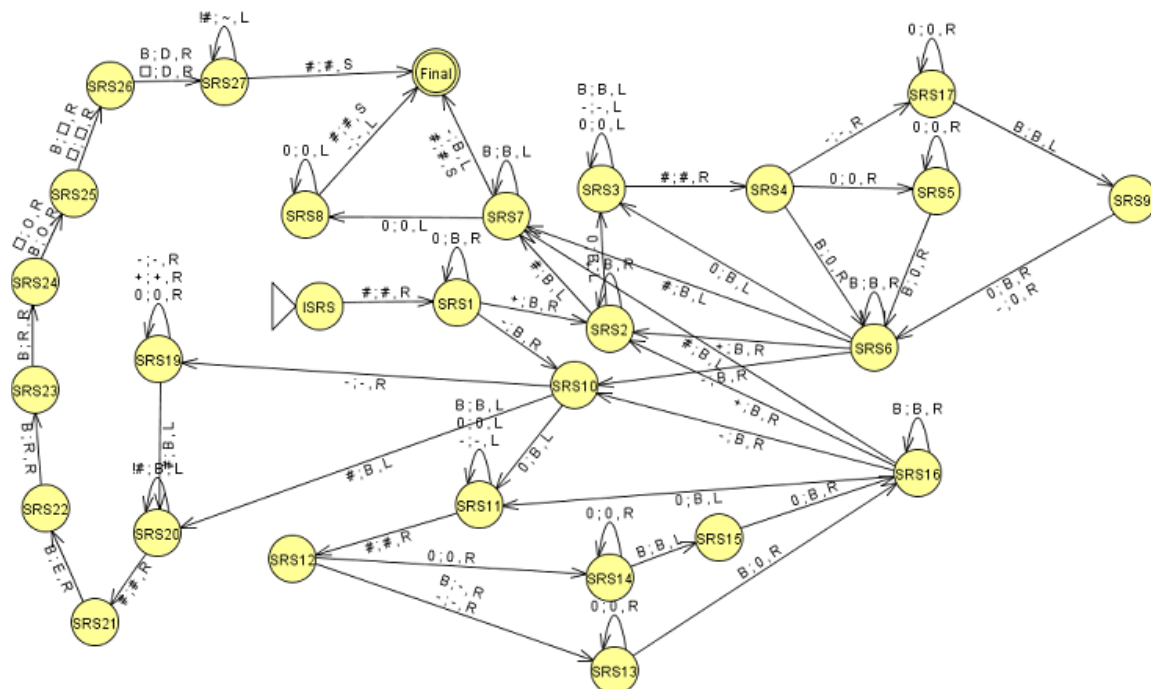
Porém, a mensagem de erro desaparece quando destinamos 600MB para o JFLAP:

```
java -Xmx600m -classpath ";JFLAP.jar" -jar JFLAP.jar
```

Neste caso, a MT realiza mais de 128000 configurações e retorna a resposta correta.

## 8 Análise Crítica da Máquina de Turing Projetada

A Tabela 26 compara as versões inicial (Figura 20) e final da Máquina de Turing Somadora Genérica de Números Inteiros implementada no JFLAP.



**Figura 20:** Versão inicial da Máquina de Turing projetada.

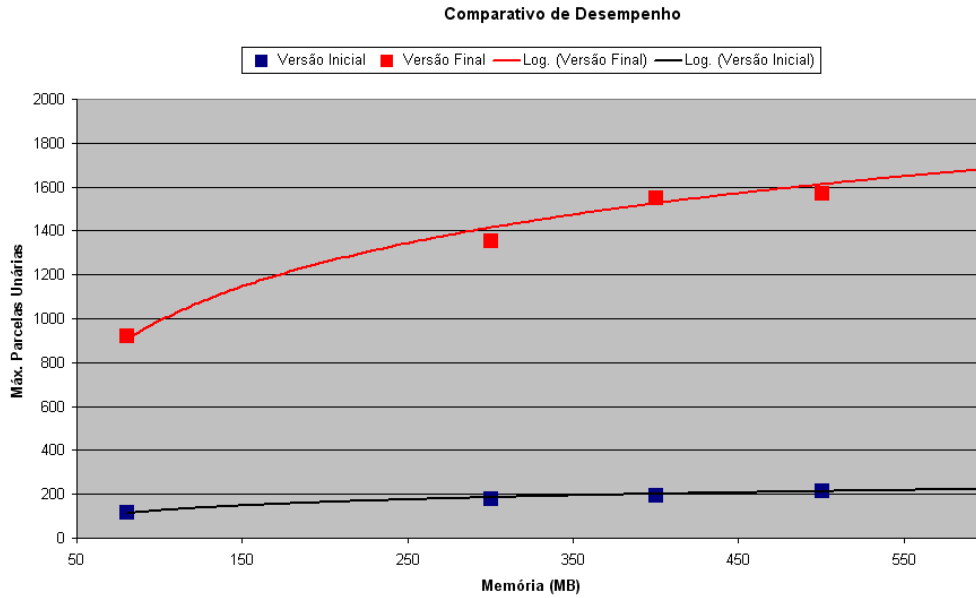
**Tabela 26:** Comparação Entre as Versões Inicial e Final da Máquina de Turing Projetada.

| Versão      | Inicial | Final |
|-------------|---------|-------|
| Módulos     | 2       | 1     |
| Sub-rotinas | 0       | 7     |
| Estados     | 64      | 44    |
| Transições  | 156     | 113   |
| Desempenho  | 259     | 1840  |

Nesta tabela, o desempenho é comparado pelo número  $n$  máximo que podemos usar para obter  $m = \sum_{i=1}^n 1$  alocando 80MB ao JFLAP.

Nota-se que a versão final, apesar de mais robusta que a versão inicial, tem melhor desempenho com menor número de estados e transições.

A Figura 21 mostra o desempenho comparado entre as versões inicial e final. Neste gráfico, mostra-se o número  $n$  máximo para cálculo de  $m = \sum_{i=1}^n 1$  na MT em função da memória



**Figura 21:** Desempenho comparado entre as versões Inicial e Final da Máquina de Turing Projetada.

alocada ao JFLAP. A partir de 5 pontos amostrais, traçamos a curva de carga para cada versão.

O gráfico da Figura 21 confirma as conclusões da Tabela 26, mostrando que a versão final possui desempenho cerca de 7 vezes maior que a versão inicial.

Outra observação interessante é quanto ao formato das curvas: enquanto a versão inicial praticamente se estabiliza em torno de 200 parcelas, a curva da versão final ainda possui derivada positiva com 600MB alocados, indicando que o acréscimo de memória ainda poderá resultar em melhoria no desempenho.

## 8.1 Limitações Técnicas da Máquina de Turing Projetada

Procuramos obter uma MT com o mínimo de limitações técnicas, aplicando diversas técnicas de desenvolvimento:

- 1) Os estados e sub-rotinas foram nomeados com nomes sugestivos o que facilita a depuração de erros e a identificação de melhorias.
- 2) Reaproveitamos o código da sub-rotina **SOMA** na rotina **SUBTR** o que facilita a manutenção da MT e reduz o número de estados e transições.
- 3) Implementamos tratamento de erro para diversos casos o que evita situações de parada por travamento.

Apesar de conseguirmos executar com sucesso a adição de milhares de parcelas, ainda há limitações técnicas quanto à quantidade de memória disponível. Por exemplo, com 600MB



disponíveis para o JFLAP podemos calcular  $m = \sum_{i=1}^n 1$  para  $n$  variando de 1 a 1736.

Porém, tendo em vista o uso didático a que se destina, consideramos que estas limitações são aceitáveis para a MT projetada.

## 8.2 Sugestões de Melhorias para a Máquina de Turing Projetada

O desempenho da MT pode ser melhorado adotando-se a representação binária ao invés da unária. Apesar do aumento na complexidade da análise, haverá expressiva redução na memória necessária para armazenar os números  $n$  e  $x_1$  a  $x_n$ .

Ao usar complemento de 2 para representar números negativos, a soma e a subtração podem ser feitas por um único procedimento o que também contribui para a melhoria no desempenho.

Usando notação binária, a MT poderia ser mais facilmente estendida para tratar números em ponto flutuante.

## 9 Conclusão

A MT obtida possui um número razoável de estados e transições, podendo ser usada como sub-rotina para outras aplicações mais complexas.

Algumas características da implementação tornam a MT adequada para fins didáticos:

- 1) O uso da sub-rotina **SOMA** pela sub-rotina **SUBTR** é um raro exemplo de reuso de código com Máquinas de Turing.
- 2) Os nomes significativos para os estados e o fato de toda sub-rotina sempre encerrar com a cabeça no início da cadeia facilitam o entendimento do algoritmo.
- 3) Foram utilizados diversos recursos do JFLAP como: sub-rotinas como estados inicial e final, caracteres curinga em transições, a opção S para o movimento da cabeça da MT e o caracter de negação !.
- 4) Os caracteres escolhidos para o alfabeto  $\Gamma$  e a sub-rotina **ERRO** facilitam o entendimento dos processos de verificação da cadeia de entrada.

Concluimos, por fim, que a MT apresentada resolve, de modo eficaz e eficiente, o problema da soma genérica de números inteiros na base unária com a utilização de Máquinas de Turing.

## Referências

- [1] HOPCROFT, J. E., AND ULLMAN, J. D. *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation*. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 1979.
- [2] RIBEIRO, C. H. C. *Curso Fundamentos de Automata e Linguagens Formais (CT200)*. Primeiro Semestre. Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), 2008.
- [3] SUDKAMP, T. A. *An Introduction to the Theory of Computer Science Languages and Machines*, 3 ed. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, Massachusetts, 2006.
- [4] TURING, A. M. On computable numbers, with an application to the entscheidungsproblem. *Proceedings of the London Mathematical Society Ser. 2* 42 (1937), 230–265.
- [5] TURING, A. M. Correction to: On computable numbers, with an application to the entscheidungsproblem. *Proceedings of the London Mathematical Society Ser. 2* 43 (1938), 544–546.

## Apêndice A - Listagem do Arquivo MT\_SOMA\_GENERICA.JFF